UNTERSUCHUNGEN IM BEREICH DER UNTEREN HYBRIDRESONANZ AN EINEM PLASMA HOHER IONENMASSE

DISSERTATION
zur
Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
der
Abteilung für Physik und Astronomie
an der Ruhr-Universität Bochum

von
Otfried Vogel
Swinemünde

Bochum 1975

UNTERSUCHUNGEN IM BEREICH DER UNTEREN HYBRIDRESONANZ AN EINEM PLASMA HOHER IONENMASSE

D I S S E R T A T I O N

zur

Erlangung des Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

der

Abteilung für Physik und Astronomie

an der Ruhr - Universität Bochum

von

OTFRIED VOGEL

Swinemünde

Bochum 1975

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dissertation eingereicht am: 16. 6. 1975
Tag der mündlichen Prüfung: 9. 7. 1975
Referent: Prof. Dr. H. Schlüter
Korreferent: Prof. Dr. H. J. Kunze

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

		Seite
I.	Einleitung	3
II.	Beschreibung der theoretischen Modelle	8
1.	Axial unendlich ausgedehntes Plasma	8
2.	Temperatureffekt	19
3.	Radiale Inhomogenität	20
4.	Plasma endlicher Länge	21
III.	Experimenteller Aufbau	33
1.	Kontaktionisation	35
2.	Emittersystem und Ofen	39
IV.	Diagnostische Verfahren	42
1.	Lastwiderstandsmessung mit einem Vektorimpedanzmeter	42
2.	Messung der Elektronendichte	45
3.	Bestimmung der Temperaturen von Ionen und Elektronen	50
4.	Stoßfrequenzen	52
5.	Meßverfahren zum Nachweis der Unteren Hybridresonanz	54
V.	Experimentelle Ergebnisse und Diskussion	57
1.	Vorhersagen der beiden theoretischen Modelle	57
1a.	Unendlich langer Plasmazylinder	57
1b.	Endlich langer Plasmazylinder	59
1c.	Folgerungen für die Messungen	64
2.	Messungen im hochfrequenten Absorptionsbereich	65

Seite

3. Nachweis der Unteren Hybridresonanz 77

4. Vergleich mit den theoretischen Modellen 83

VI. Zusammenfassung 89

VII. Literaturverzeichnis 91

1. Einleitung

Seit der theoretischen Vorhersage der Hybridresonanzen (H 1, K1 und A 1) und deren experimentellen Bestätigung (S 1, B 1, S 2, B 2) hat besonders die Untere Hybridresonanz in der letzten Zeit verstärktes Interesse gefunden. Bei dieser Resonanz, die im Bereich zwischen der Ionen-Zyklotron- und Elektronen-Zyklotron-Frequenz liegt, wird gleichzeitig an Ionen und Elektronen Energie übertragen, so daß sie für die Vorionisation und die Heizung von Fusionsplasmen in Erwägung gezogen wird.

Strahlt man in ein Plasma elektromagnetische Wellen ein und nähert man sich dieser Resonanz, so steigt der Brechungsindex immer weiter an, während die Phasengeschwindigkeit der Welle abnimmt. Liegt nun ein geeigneter Dämpfungsmechanismus vor, z.B. durch Elektronen-Ionen-Stöße, so wird dem HF-Wellenfeld Energie entzogen und in thermische Energie der Plasmateilchen überführt. Interessant ist also die Frage der Leistungseinkopplung. Zu der theoretischen Beschreibung betrachtet man in einem einfachen Modell eine homogene magnetisierte Plasmasäule geringer thermischer Energie, die in axialer Richtung unendlich ausgedehnt ist. Senkrecht zum äußeren Magnetfeld werden elektromagnetische Wellen eingekoppelt. Weicht man in diesem Modell von der exakt senkrechten Einstrahlung ab, läßt man also einen Winkel kleiner 90^{o} zwischen dem Wellenvektor $\underline{k}$ und dem statischen Magnetfeld zu - wie in der Literatur häufig betrachtet -, so führt dies zu einer Verschiebung der Singularität im Brechungsindex in Richtung auf die Elektronen-Zyklotron-Frequenz. Dieses Modell kann aus mehreren Gründen unrealistisch sein. Einmal ist es nicht einzusehen, wie das Bild des unendlich ausgedehnten Plasmas mit schräg einfallenden Wellen leicht auf ein Laborplasma endlicher Ausdehnung übertragen werden kann. Bei der Berücksichtigung der Dämpfung wird zudem das Konzept festen (realen) Verhältnisses der Komponenten von $\underline{k}$ senkrecht und

parallel zum Magnetfeld kompliziert und wenig realistisch. Bei Annäherung an die Resonanz würde fernerhin mit $k_\perp$ - auch die $k_\parallel$ - Komponente sehr groß. Zum anderen zeigen die Messungen bisher nicht die zu erwartende starke Verschiebung zur Elektronen-Zyklotron-Frequenz. Realistischer ist es zu fordern, daß $k_\parallel$ (oder ein Spektrum von $k_\parallel$) fest sein muß und weitgehend durch die endliche Länge des Plasmas gegeben ist. Darüber hinaus sollte die Geometrie der Ankopplungsstruktur mit in die theoretischen Überlegungen einbezogen werden.

Ein Modell, das die endliche axiale Länge der Plasmasäule und der Einkoppelspule berücksichtigt und damit gleichzeitig ein $k_\parallel$-Spektrum festlegt, wurde von Skipping, Oakes und Schlüter aufgestellt (S 3), das im weiteren kurz SOS-Modell genannt wird. In ihm wird eine konsequente Fourierentwicklung in axialer Richtung durchgeführt; dies entspricht anschaulich einer Entwicklung in stehende Wellen. In diesem Modell ergeben sich aus der Kopplung von azimutalen und radialen mit axialen Feldern im Plasma zwei gekoppelte Lösungen der Dispersionsbeziehung. Eine der Lösungen hat eine Singularität unverschoben bei der Unteren Hybridfrequenz im Gegensatz zum Winkelmodell, wenn auch die Flügel des Real- und Imaginärteils von $n\ (= k\frac{c}{\omega})$ sich entgegengesetzt verhalten wie im Fall des unendlich ausgedehnten Plasmas. Die andere Mode zeigt keine Singularität, sondern in gewissen Bereichen ein "Maximalverhalten" im Brechungsindex, d.h. ohne Stöße werden $n_\parallel$ und $n_\perp$ zwar groß, bleiben aber endlich. Dieses Verhalten hat Ähnlichkeit mit dem des einfachen Winkelmodells. Die numerische Auswertung ergibt folgendes Bild: Es treten zwei Absorptionsgebiete auf, eines bei der Unteren Hybridresonanz (UHR), ein weiteres bei höheren Frequenzen. Die Lage des Absorptionsbereiches bei der Unteren Hybridresonanz ist unabhängig vom $k_\parallel$-Spektrum, verändert also seine Lage nicht, wenn die Länge der Plasmasäule variiert wird. Das andere Absorptionsgebiet liegt - abhängig vom $k_\parallel$-Spektrum - bei Frequenzen oberhalb des geometrischen Mittels aus Elektronen- und Ionen-Zyklotron-Frequenz, auch wenn sich die UHR bei niedriger Dichte

in Richtung auf die Ionen-Zyklotron-Frequenz verschiebt. Je nach Versuchsparametern liegen die Absorptionsgebiete getrennt oder sie überlappen sich.

Vergleicht man die berechneten eingekoppelten Leistungen mit denen des Modells der unendlich ausgedehnten Plasmasäule, so finden sich insbesondere auf der hochfrequenten Seite Unterschiede. Das SOS Modell sagt hier einen drastisch höheren Wert voraus. Nun sind diese Unterschiede zwischen den Modellen zwar quantitativ bemerkbar, aber nicht erheblich bei Wasserstoff und Edelgasen. Hier zeigt sich, daß die beiden Absorptionsgebiete (auf Grund des beschriebenen Verhaltens der beiden Moden) bei realistischen Plasmabedingungen nicht weit auseinanderliegen.

Zur genaueren Untersuchung wird betrachtet, durch welche Parameter die Trennung der beiden Absorptionsgebiete bewirkt wird. Eine stärkere Trennung der beiden Gebiete ist zu erwarten, wenn die Ionenmasse erhöht wird. Aus der Abschätzung, bei welchen Plasmaparametern beide Bereiche zusammenfallen, läßt sich eine kritische Länge $L_c(\omega,M,n_e)$ gewinnen. Unterschreitet man im Experiment diese Länge, d.h. ist die Plasmasäule kürzer als L_c, so sollten Längeneffekte und damit Abweichungen zwischen den beiden Modellen meßbar werden. Bei den bisher untersuchten leichten Gasen lag die Plasmalänge nur unwesentlich unter L_c, so daß keine nennenswerte Aufspaltung der beiden Absorptionsgebiete auftrat und nur qualitative Hinweise zur Güte des einen oder anderen Modells erhalten wurden. An einem Deuteriumplasma z.B. wurde eine relativ bessere Übereinstimmung zwischen experimentellen und berechneten Werten durch den Vergleich mit dem SOS Modell erzielt (L 1).

Eine bessere Möglichkeit, die Gültigkeit der theoretischen Modelle zu überprüfen, ergibt sich, wenn man zu hoher Ionenmasse übergeht, da die Masse wie eine Lupe wirkt und zu einer Spreizung des Gebiets zwischen den beiden Absorptionsbereichen führt. Nimmt man z.B. Caesiumplasmen, die sich in herkömm-

lichen Q-Maschinen erzeugen lassen, so berechnet sich eine kritische Länge von einigen Metern. Selbst bei Plasmasäulen bis zu einem Meter sollten dann drastische Längeneffekte meßbar sein. Experimentelle Schwierigkeiten, die durch die niedrige Temperatur der Plasmateilchen auftreten (hohe Elektronen-Ionen-Stoßfrequenz $\sim T^{-3/2}$), können durch ausreichend hohe Einkopplungsfrequenzen überwunden werden. Die Plasmaparameter, wie sie in einer solchen Maschine vorgegeben werden, erlauben also, den hochfrequenten Absorptionsbereich oberhalb des geometrischen Mittels nachzuprüfen, auch wenn die UHR - bedingt durch die hohe Einkopplungsfrequenz - weit außerhalb des meßbaren Bereiches bei der Ionen-Zyklotron-Frequenz liegt.

Über Messungen in diesem Bereich wird im ersten Teil der Arbeit berichtet. Es wird geprüft, ob die theoretisch zu erwartenden Veränderungen in diesem strukturierten Absorptionsgebiet bei Variation einzelner Plasmaparameter (Dichte, Frequenz, Länge), besonders aber die weit höhere Leistungseinkopplung oberhalb des geometrischen Mittels, bestätigt werden können.

Um aber einen vollständig befriedigenden Vergleich zwischen der Theorie und dem Experiment durchführen zu können, sollten beide Absorptionsgebiete nebeneinander nachgewiesen werden. Das erfordert eine Erniedrigung der Einkopplungsfrequenz auf einige MHz, um die UHR in die Nähe des geometrischen Mittels und damit in den experimentell zugänglichen Bereich zu verlagern. Hier tritt jedoch eine experimentelle Schwierigkeit auf, da dann die Stoßfrequenz weit höher als die Einkopplungsfrequenz ist und Resonanzerscheinungen ausgedämpft werden (O 1). Es ist demnach notwendig, die Elektronentemperatur drastisch durch axiale Wechselfeldheizung zu erhöhen und somit die hier wichtige Elektronen-Ionen-Stoßfrequenz zu erniedrigen. Messungen unter diesen Bedingungen werden im zweiten Teil der Arbeit behandelt. Das Absorptionsgebiet im hochfrequenten Bereich er-

scheint auf Grund des relativ unempfindlichen Nachweissystems bei diesen Frequenzen weniger ausgeprägt, bleibt aber deutlich neben der UHR beobachtbar. Die Meßergebnisse werden mit den verfügbaren Modellen verglichen.

Es wird somit unter besonders geeigneten Bedingungen geprüft, ob die wichtigsten experimentell beobachtbaren Abweichungen vom idealisierten theoretischen Modell auf teilweiser axialer Wellenfortpflanzung beruhen und sich brauchbar durch ein Modell berechnen lassen, das eine endliche Länge des Plasmas und der Koppelspule annimmt.

II. Beschreibung der theoretischen Modelle

Zur Zeit stehen zur Beschreibung der Welleneinkopplung bei der UHR zwei numerisch auswertbare theoretische Modelle zur Verfügung:

1. Das Modell des axial unendlich ausgedehnten Plasmas, das auch die Behandlung von Temperatureffekten und Dichteprofilen ermöglicht.
2. Das Modell des axial endlichen kalten homogenen Plasmas.

Die experimentellen Ergebnisse werden mit diesen Theorien verglichen, so daß es notwendig ist, deren Voraussetzungen und Vorhersagen kurz zu skizzieren.

II.1a. Axial unendlich ausgedehntes Plasma

Wir betrachten das Dreiflüssigkeitsmodell des Plasmas. Das Plasma sei unendlich ausgedehnt, homogen, kalt ($T_e = T_i = 0$) und von einem statischen Magnetfeld $\underline{B}_o$ überlagert. Zur Beschreibung von Wellenvorgängen gehen wir von den folgenden Grundgleichungen aus:
den Maxwell-Gleichungen

$$(1a)\quad \nabla \times \underline{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\underline{B}$$

$$(1b)\quad \nabla \times \underline{B} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial}{\partial t}\underline{E} + \mu_o \underline{j}$$

den Bewegungsgleichungen
für die Ionen

$$(2a)\quad M\frac{d}{dt}\underline{v}_i = e(\underline{E} + \underline{v}_i \times \underline{B}) + M\nu_{in}(\underline{v}_n - \underline{v}_i) + m\nu_{ie}(\underline{v}_e - \underline{v}_i)$$

für die Elektronen

$$(2b)\quad m\frac{d}{dt}\underline{v}_e = -e(\underline{E} + \underline{v}_e \times \underline{B}) + m\nu_{en}(\underline{v}_n - \underline{v}_e) + m\nu_{ei}(\underline{v}_i - \underline{v}_e)$$

und für die Neutralteilchen

$$(2c)\quad M\frac{d}{dt}\underline{v}_n = M\nu_{ne}(\underline{v}_i - \underline{v}_n) + \nu_{ne}\, m(\underline{v}_e - \underline{v}_n)$$

und dem Ohmschen Gesetz

$$(3) \qquad \underline{j} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{E}$$

das eine lineare Abhängigkeit der Stromdichte $\underline{j}$ vom elektrischen Feld $\underline{E}$ ergibt. Da das Plasma durch das statische $\underline{B}_o$-Feld anisotrop ist, wird die Leitfähigkeit $\underline{\underline{\sigma}}$ ein Tensor.

Hierbei bedeuten $\underline{E}$ und $\underline{B}$ das elektrische und das magnetische Feld, $\underline{j}$ die Stromdichte im Plasma, m und M die Massen von Elektronen und Ionen bzw. Neutralteilchen, $\underline{v}_j$ die Geschwindigkeiten der Teilchensorten, $\nu_{\alpha\beta}$ die Stoßfrequenzen für Impulsübertrag von Teilchensorte α auf Teilchensorte β.

Die in das Plasma einlaufende elektromagnetische Welle ruft dort Störungen des Gleichgewichtszustandes hervor, die jedoch in linearer Näherung als klein betrachtet werden. Somit ist jede Größe als Summe eines ungestörten (Index O) und eines Störanteils anzusetzen, der in den Rechnungen nur in erster Ordnung berücksichtigt wird. Sämtliche Störgrößen werden als ebene Wellen der Form $\exp(ikr - i\omega t)$ angesetzt, wodurch die vorkommenden Differential-Operatoren in folgender Weise transformieren:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$$

$$\nabla \times \rightarrow ik\times$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \rightarrow -i\omega$$

Diese letzte Transformation gilt, da $\underline{v}$ selbst als Störgröße eine kleine Größe ist.
Durch Kombination der beiden Maxwellgleichungen (1a) und (1b) in linearisierter Form kann das magnetische Wechselfeld eliminiert werden und mit Hilfe von Gleichung (3) die Wellengleichung in der Form

$$(4) \qquad \underline{k} \times (\underline{k} \times \underline{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \left(i \frac{1}{\omega \varepsilon_o} \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{1}}\right) \underline{E} = 0$$

erhalten werden. Der Einfluß des Plasmas auf die Wellenausbreitung geht allein über den Dielektrizitätstensor

$$\underline{\underline{K}} = i \frac{1}{\omega \varepsilon_o} \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{1}} \tag{5}$$

in die Wellengleichung ein. Da alle Annahmen des verwendeten Plasmamodells hier eingehen, kommt der Betrachtung des Dielektrizitätstensors die zentrale Rolle zu.
Man gewinnt ihn aus den Bewegungsgleichungen (2a) - (2c). Definiert man die Stromdichte

$$\underline{j} = e n (\underline{v}_i - \underline{v}_e) \tag{6}$$

und die Massengeschwindigkeit

$$\underline{v} = \frac{M n \underline{v}_i + m n \underline{v}_e + M n_g \underline{v}_n}{M n + m n + M n_g} \tag{7}$$

wo n bzw. n_g die Dichten der geladenen Teilchen bzw. der Neutralteilchen bedeuten, so können aus den Gleichungen (2a) - (2c) die Teilchengeschwindigkeiten $\underline{v}_e$, $\underline{v}_i$ und $\underline{v}_n$ eliminiert werden. Das Ergebnis dieser kurzen Rechnung liefert unter der Benutzung des Wellenansatzes und in der Näherung

$$\frac{m}{M} \ll 1 \quad , \quad \frac{m}{M} \ll \frac{\nu_{in}}{\nu_{en}} \quad , \quad \nu_{in} \ll \omega$$

eine Beziehung zwischen $\underline{j}$ und $\underline{E}$

$$(i\omega + \nu_{ei} + \nu_{en}) \underline{j} \frac{m}{ne^2} = \underline{E} + \frac{i + \nu_{in}/\omega}{\omega M n} (\underline{j} \times \underline{B}_o) \times \underline{B}_o - \frac{\underline{j} \times \underline{B}_o}{n e} \tag{8}$$

Durch den Vergleich von (8) mit (3) und (5) kann der Dielektrizitätstensor bestimmt werden:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 & 0 \\ -K_2 & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{pmatrix}$$

Die Komponenten dieses Tensors lauten

$$K_1 = 1 + \frac{\omega_{pe}^2 (\omega_o^2 - \omega^2 (1 + i\gamma))}{(\omega_o^2 - \omega^2 (1 + i\gamma))^2 - \omega^2 \omega_e^2}$$

$$K_2 = i \frac{\omega_{pe}^2 \omega \omega_e}{(\omega_o^2 - \omega^2 (1 + i\gamma))^2 - \omega^2 \omega_e^2}$$

$$K_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 (1 + i \gamma_e)}$$

Hierin wurden folgende Abkürzungen verwendet:

$\omega_{pe}^2 = \frac{e^2 n}{\varepsilon_o m}$ Plasmafrequenz der Elektronen

$\omega_i = \frac{e B_o}{M}$ Ionen-Zyklotron-Frequenz

$\omega_e = \frac{e B_o}{m}$ Elektronen-Zyklotron-Frequenz

$\omega_o = (\omega_i \omega_e)^{1/2}$ geometrisches Mittel aus ω_e und ω_i

$$\gamma = \frac{\nu_e}{\omega} = \frac{\nu_{ei} + \nu_{en} + \omega_o^2/\omega^2 \nu_{in}}{\omega}$$

$$\gamma_e = \frac{\nu_{ei} + \nu_{en}}{\omega}$$

Der Dielektrizitätstensor wird in die Wellengleichung

$$(12) \quad \underline{k} \times (\underline{k} \times \underline{E}) - \frac{\omega^2}{c^2} \underline{\underline{K}} \cdot \underline{E} = 0$$

eingesetzt, die genau dann eine nicht triviale Lösung besitzt, wenn die Koeffizientendeterminante von $\underline{E}$ verschwindet. Diese Bedingung liefert die Dispersionsgleichung für elektromagne-

tische Wellen in einem Magnetoplasma.
Wir betrachten nur Wellen, die sich senkrecht zum Magnetfeld ausbreiten ($\underline{k} \perp \underline{B}_o$), und für die die Dispersionsgleichung lautet

$$(13) \qquad \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} K_3\right)\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{K_1^2 + K_2^2}{K_1}\right) = 0$$

mit den beiden Lösungen

$$(14) \qquad k_e^2 = \frac{\omega^2}{c^2} K_3 \qquad \text{(Eccles Mode)}$$

und

$$(15) \qquad k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{K_1^2 + K_2^2}{K_1} \qquad \text{(außerordentliche Mode)}$$

k_e ist die Wellenzahl der ordentlichen Mode, deren Brechungsindex durch

$$(16) \qquad n_{ec}^2 = k_e^2 \frac{c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 (1 + i\gamma_e)}$$

gegeben ist. Dieser Wellentyp ist linear polarisiert, der elektrische Feldvektor liegt parallel zum statischen Magnetfeld $\underline{B}_o$, so daß keine Beeinflussung der im Wellenfeld schwingenden Teilchen durch das äußere Magnetfeld stattfindet; der Brechungsindex ist unabhängig von $\underline{B}_o$. Diese Mode wird zur interferometrischen Dichtebestimmung benutzt.
k_x ist die Wellenzahl der außerordentlichen Mode mit dem Brechungsindex

$$(17) \qquad n_x^2 = k_x^2 \frac{c^2}{\omega^2} = 1 + \frac{\omega_{pe}^2 (\omega_o^2 - \omega^2 (1 + i\gamma) + \omega_{pe}^2)}{(\omega_o^2 - \omega^2 (1 + i\gamma))(\omega_o^2 - \omega^2 (1 + i\gamma) + \omega_{pe}^2) - \omega^2 \omega_e^2}$$

Der elektrische Feldvektor dieser Mode liegt in der Ebene senkrecht zum äußeren Magnetfeld. Seine genaue Ausrichtung ist jedoch äußerst verwickelt und hängt von den Plasmaparametern und der Wellenfrequenz ab. Dieser Wellentyp besitzt zwei Cut-off-Stellen ($n_x^2 = 0$) bei den Frequenzen

(18) $$\omega = \omega_{pe} \pm \frac{\omega_e}{2} \qquad \omega_{pe}^2 >> \omega_e^2$$

und zwei Resonanzstellen ($n_x^2 \to \infty$) bei

(19) $$\omega_{UH}^2 = \omega_i \omega_e \frac{\omega_i \omega_e + \omega_{pe}^2}{\omega_e^2 + \omega_{pe}^2}$$ Untere Hybridresonanz

(20) $$\omega_{OH}^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_e^2$$ Obere Hybridresonanz

Im folgenden soll das Dispersionsverhalten der Welle in der Umgebung der UHR näher betrachtet werden. Fig.(1) gibt den Verlauf des Brechungsindex $n = k \frac{c}{\omega}$ und der Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon = n^2$ in der Nähe der Resonanz in Abhängigkeit von der dem äußeren Magnetfeld proportionalen Größe ω_o/ω wieder. In dieser Skala liegt die Resonanzstelle bei $\omega_o/\omega = 1$. Das Verhalten des Brechungsindex ähnelt dem bei der anomalen Dispersion in der Optik. Bei Annäherung an die Resonanz von hohen Feldern her wird n^2 im verlustfreien Fall ($\gamma = 0$) beliebig groß und positiv und springt in der Resonanzstelle um auf beliebig große negative Werte. Dementsprechend ist der Brechungsindex auf dieser Seite rein reell; hier ist eine Ausbreitung der Welle möglich, die Phasengeschwindigkeit wird jedoch bei Annäherung an die Resonanzstelle beliebig klein. Auf der anderen Seite der Resonanz wird n rein imaginär, hier ist keine Wellenausbreitung möglich.

Finden Stöße im Plasma statt ($\gamma \neq 0$), so wird n^2 komplex. Der Realteil von n^2 bleibt endlich, ist jedoch auf der Seite hohen Magnetfeldes positiv, auf der anderen Seite negativ; $Im(n^2)$ wird in der Resonanz maximal. Ebenso bleiben Re(n) und Im(n) in der Resonanz endlich, und in den Flügeln wird n vorwiegend reell bzw. vorwiegend imaginär. In der Resonanz sind Re(n) und Im(n) gleich groß. Bei Annäherung an die Resonanzstelle wird also die Welle verlangsamt und wegen des ansteigenden Imaginärteils stark gedämpft. In der Resonanz

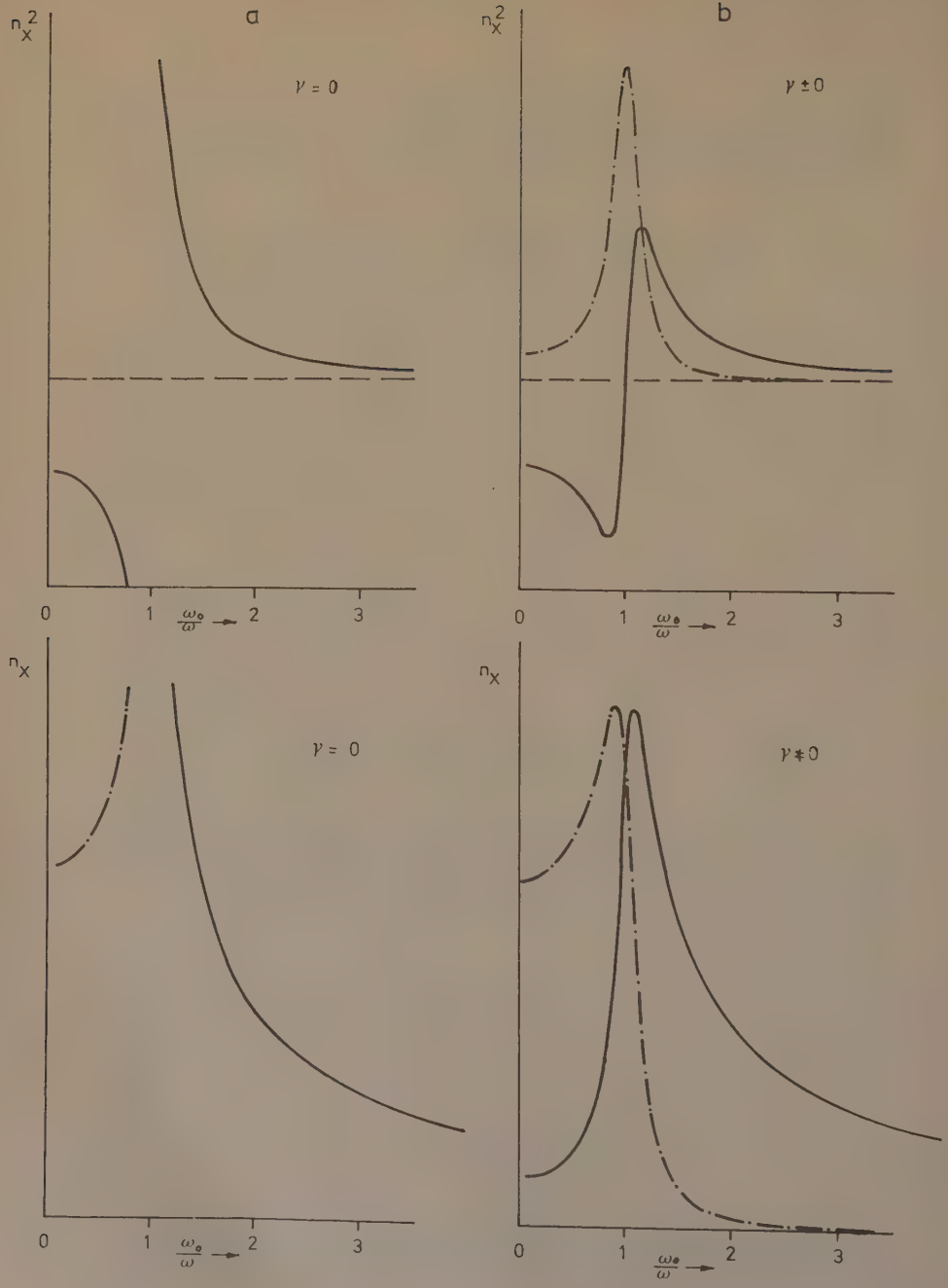


Fig. 1 Real- und Imaginärteil von n_x und n_x^2 im Bereich der Unteren Hybridresonanz

selbst findet maximale Absorption statt. Dabei wird die Wellenenergie im Plasma dissipiert. Zur quantitativen Beschreibung betrachtet man den Poynting-Vektor

$$\underline{S} = \frac{1}{2}(\underline{E} \times \underline{H}^*) \tag{21}$$

Die negative Divergenz des Realteils von $\underline{S}$ liefert die im Zeitmittel an ein Volumenelement abgegebene Leistung:

$$-\nabla \cdot \mathrm{Re}(\underline{S}) = \frac{c^2}{2\mu_o \omega} (2n_i \cdot n_r) |E_\perp|^2 \, e^{-2k_i x} \tag{22}$$

$|E_\perp|$ ist die zu $\underline{k}$ und $\underline{B}_o$ senkrechte Komponente des elektrischen Wellenfeldes. Maximale Leistungsabsorption erfordert also, daß sowohl Real- als auch Imaginärteil des Brechungsindex hohe Werte annehmen. Dies ist, wie die bisherige Betrachtung gezeigt hat, nur in der Umgebung von Resonanzen möglich. Diese Stellen maximaler Energieübertragung, die nur von den lokalen Plasmaeigenschaften bestimmt sind, werden als "intrinsic" Resonanzen bezeichnet.

Die bisherige Behandlung beschreibt nur die Eigenschaften eines Plasmas, in dem keine räumlichen Begrenzungen und damit Randeffekte für die Wellenausbreitung wirksam werden. Um den Realitäten eines Laborplasmas Rechnung zu tragen, muß eine geeignete Geometrie herangezogen werden (Fig.2).

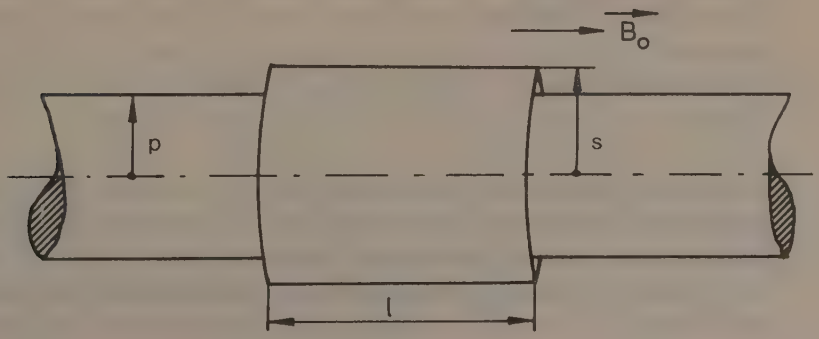


Fig. 2 Angenommene Geometrie für Einkopplung in einen axial unendlich ausgedehnten Plasmazylinder

Das Plasma wird als zylindrisch (Radius p), homogen und in axialer Richtung unendlich ausgedehnt angenommen. Parallel zur Achse ist ein statisches Magnetfeld B_o überlagert. Es wird konzentrisch von einer Spule umschlossen. Die Spule habe den Radius s, die Länge l und m Windungen pro Längeneinheit. In idealisierter Form wird sie durch eine in sich geschlossene, unendlich dünne verlustfreie Stromschicht (Strom J_θ) ersetzt, die eine elektromagnetische Welle der Frequenz $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ anregt.
Zum Studium des Resonanzverhaltens eines solchen Plasmazylinders wird die Absorption der Wellenenergie im Plasma berechnet. Die Stromschicht strahlt die Leistung P_I in den Innenraum der Spule ab und die Leistung P_A in den Außenraum. Beide Anteile zusammen addieren sich zu der Gesamtleistung P.

$$P = P_I + P_A$$

Nach dem Gausschen Satz berechnet sich P_I aus dem Integral der Normalkomponente des Poyntingvektors über die Spulenfläche

$$(23) \qquad P_I = -\int_{F_i} S_n dF = -\frac{1}{2}\left[\int_{F_i} E_\theta^{(V)} H_z^{(V)*} d\theta\, dz\right]_{r=s}$$

$E_\theta^{(V)}$ und $H_z^{(V)}$ sind die Wellenfelder im Innenraum der Spule, die natürlich durch die Plasmaeigenschaften bestimmt werden. Analog wird die in den Außenraum W abgestrahlte Leistung P_A durch Integration über die Außenfläche der Spule erhalten

$$P_A = \int_{F_a} S_n dF = \frac{1}{2}\left[\int_{F_a} E_\theta^{(W)} H_z^{(W)*} d\theta\, dz\right]_{r=s'}$$

Zur analytischen Berechnung von P wird nun die Wellengleichung (12) in Zylinderkoordinaten mit den üblichen Stetigkeitsbedingungen von $\underline{E}$ und $\underline{H}$ an der Plasmaoberfläche gelöst, und mit der vorgegebenen Stromverteilung kann die Integration geschlossen durchgeführt werden. Eine umfangreiche Rechnung

(K1) führt zu einem Ergebnis der Form

$$P = \frac{1}{2} Z \, |J_\theta|^2 \tag{24}$$

Z läßt sich darstellen als rationaler Ausdruck von Besselfunktionen, deren Argument k·p die Dispersionseigenschaften des Plasmas enthält.
Die Beziehung (24) legt es nahe, Z als komplexen Widerstand des Systems Spule - Plasma zu interpretieren, der die komplexe Leistung P aufnimmt. Die Wirkleistung Re(P), die in thermische Energie überführt wird, erhält man daraus zu

$$Re(P) = \frac{1}{2} Re(Z) \, |J_\theta|^2 \tag{25}$$

Ist U_s die an der Spule vorgegebene Spannung, so wird

$$Re(P) = \frac{1}{2} \frac{Re(Z)}{|Z|^2} \, |U_s|^2 \tag{26}$$

Man erkennt, daß dem Plasma ein Widerstand

$$R_L = \frac{Re(Z)}{|Z|^2} \tag{27}$$

zugeordnet werden kann, in dem sich die Dispersionseigenschaften des Plasmas niederschlagen. R_L ist experimentell bestimmbar. Das theoretische Modell läßt sich daher durch den Vergleich von berechnetem und gemessenem Lastwiderstand überprüfen. Fig.3 zeigt einen typischen Verlauf des Lastwiderstandes R_L in Abhängigkeit von ω_o/ω. Auf der Seite niedrigen Magnetfeldes werden hohe Werte angenommen, entsprechend einer geringen Leistungseinkopplung. In diesem Bereich ist wegen des hohen Imaginärteils des Brechungsindexes eine Wellenausbreitung behindert. Die Welle kann nicht in das Plasma eindringen und wird am Rande reflektiert. Bei Annäherung an die Resonanz fällt der Lastwiderstand allmählich ab, die Absorption wird begünstigt. Im Bereich von $\omega_o/\omega > 1$, auf der

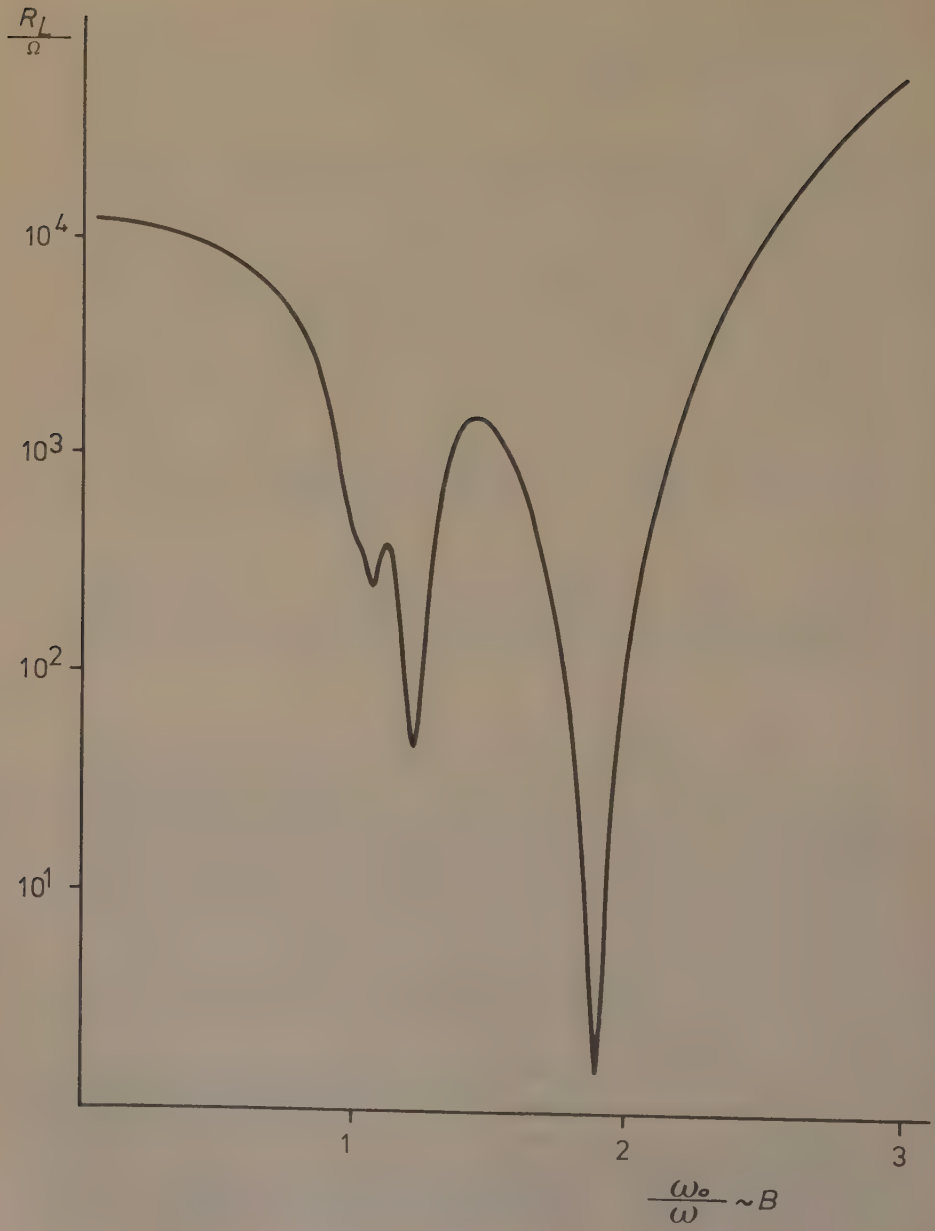


Fig. 3 Lastwiderstand in Abhängigkeit vom Magnetfeld nach der Theorie des unendlich ausgedehnten Plasmas

niederfrequenten Seite der Resonanz, wird der Verlauf der Kurve durch ausgeprägte Minima bestimmt. Diese Stellen starker Absorption entsprechen geometrischen Resonanzen, die durch radiale Eigenschwingungen des Plasmazylinders hervorgerufen werden. Ein Vergleich mit dem Verlauf des Brechungsindexes n zeigt den Grund für diese starken Absorptionsstrukturen. In diesem Bereich ist Re(n) sehr groß und dominierend über Im(n). Dadurch kann die Welle in das Plasma eindringen, die Wellenlänge wird aber so stark verkürzt, daß der Plasmadurchmesser gleich einem Vielfachen von $\lambda/2$ werden kann. Es bilden sich radiale stehende Wellen über dem Plasmazylinder aus, die zu einer starken Feldüberhöhung führen (L1). Da zwar einerseits Im(n) kleiner als Re(n) ist, andererseits jedoch noch hinreichend hohe Werte annimmt, sind hier gute Bedingungen für eine Absorption der Wellenenergie gegeben. Die Absorption in diesem Bereich dominiert meist über die der intrinsic Resonanz. Dennoch ist die Existenz einer intrinsic Resonanz Voraussetzung für das Zustandekommen von radialen Eigenmoden, denn nur in der Umgebung einer intrinsic Resonanz steilt sich der Brechungsindex so auf, daß die Wellenlänge auf Plasmadimensionen verkürzt werden kann. Nach diesem Modell erwartet man also kaum Absorption im Bereich niedriger Magnetfeldstärken ($\omega_o/\omega < 1$) und starke Absorption in der Resonanz und auf dem niederfrequenten Flügel ($\omega_o/\omega > 1$).

II.1b. Temperatureffekte

Eine Erweiterung dieses theoretischen Modells unter Berücksichtigung von Elektronen- und Ionentemperaturen in erster Näherung im Plasma wurde von Babu und Schlüter (B3) und Babu, Lammers und Schlüter (B4) gegeben. Da die Welle in der Nähe der Resonanz stark verlangsamt wird, kommt die Phasengeschwindigkeit der Welle auch in Plasmen geringer Temperatur in die

Größenordnung der thermischen Teilchengeschwindigkeit. Daher ist nicht auszuschließen, daß das Resonanzverhalten des Plasmas durch diese ungeordnete Temperaturbewegung beeinflußt wird.
Die oben genannten Autoren zeigen jedoch, daß die Theorie des kalten Plasmas verwendet werden kann, solange die beiden folgenden Bedingungen erfüllt werden.

(28) $\quad Re(k)\cdot p \gtrsim \pi$

(29) $\quad \frac{\nu^2}{\omega^2} >> \beta$

Hier ist β das Verhältnis von kinetischer zu magnetischer Energiedichte im Plasma und ν die modifizierte Stoßfrequenz für Impulsübertrag

(30) $$\nu = \nu_{ei} + \nu_{en} \frac{m_e n_e}{m_e n_e + Mn_g} + \nu_{in} \frac{Mn_g}{Mn_i + Mn_g} \frac{\omega_o^2}{\omega^2}$$

Bedingung (28) sagt aus, daß nach der Theorie des kalten Plasmas radiale Eigenschwingungen auftreten; Bedingung (29), daß im Plasma die Stöße über die Druckterme dominieren.

Anhand dieser beiden Bedingungen ist entscheidbar, ob es notwendig ist, die Temperatureffekte zu berücksichtigen. In den in dieser Arbeit verwendeten Plasmen sind im allgemeinen beide Kriterien erfüllt, so daß die Beschreibung nach der Theorie des kalten Plasmas erfolgen kann.

II.1c. Radiale Inhomogenitäten

In der bisherigen Betrachtung wurde das Plasma als in radialer Richtung homogen angenommen. Dadurch wird eine vergleichsweise einfache analytische Berechnung der Wellenfelder und des Lastwiderstandes möglich. Die Annahme eines homogenen Profils ist

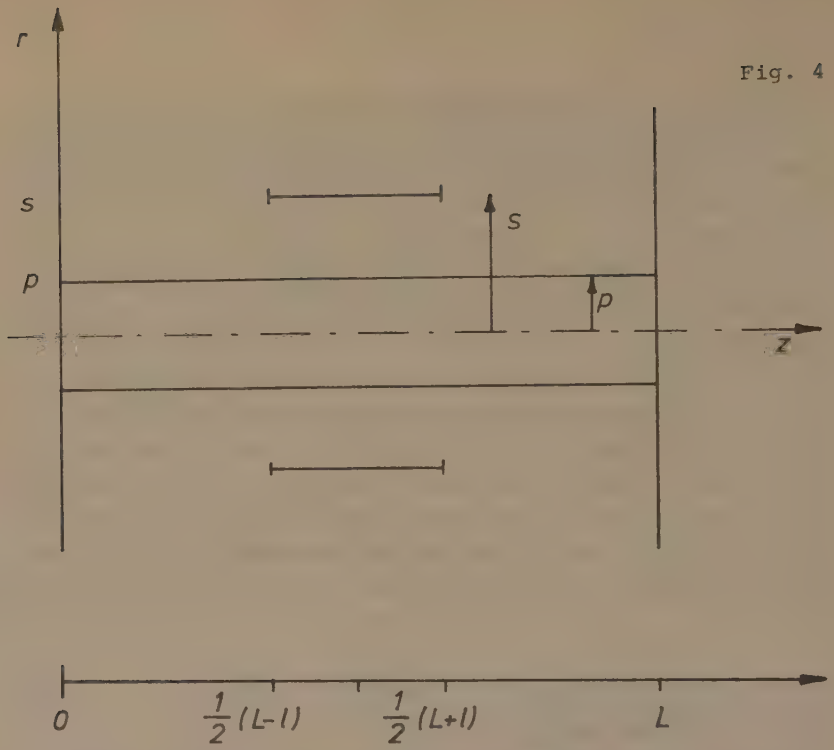
aber nicht realistisch. Eine Abweichung von diesem idealisierten Profil könnte die Absorptionsstrukturen wesentlich beeinflussen. Untersuchungen von B. Lammers (L1) zeigen jedoch, daß zwar die Feldverteilung im Plasma durch ein radiales Dichteprofil z.T. erheblich verändert wird, jedoch bleiben die Auswirkungen auf die Absorptionseigenschaften vergleichsweise klein. Speziell die Rechnung für ein Parabelprofil, wie es näherungsweise in den in dieser Arbeit zu untersuchenden Plasmen zu erwarten ist, zeigen, daß kaum Änderungen im Verlauf des Lastwiderstandes zu erwarten sind. Die Absorptionsmaxima im Bereich der geometrischen Resonanzen werden lediglich geringfügig abgesenkt und ein wenig auf der Magnetfeldskala verschoben. Diese Effekte sind jedoch derart minimal, daß es berechtigt erscheint, eine über den Radius homogene Dichte anzunehmen.

II.2. Plasma endlicher Länge

Das bisher dargestellte theoretische Modell vernachlässigt einerseits Feldinhomogenitäten am Rande der endlich langen Einkoppelspule; sie führen zu Wellenfeldern, die eine axiale (z-) Komponente enthalten. Dadurch wird auch eine Wellenausbreitung im Plasma parallel zum äußeren Magnetfeld möglich. Andererseits wird nicht berücksichtigt, daß die endliche Länge eines Laborplasmas axiale Randbedingungen für die Wellenfelder fordert.

Ein Modell, das diese beiden Bedingungen berücksichtigt, wurde von C.R. Skipping, M.E. Oakes und H. Schlüter (S3) entwickelt. Die angenommene Geometrie ist in Fig.4 dargestellt. Zur exakten Definition der Randbedingungen ist das Plasma axial durch leitende Endplatten abgeschlossen, die in Experimenten nur teilweise realisierbar sind. Ihr Einfluß auf die Meßergebnisse erweist sich jedoch als relativ gering (L1).

Fig. 4



Die Spule bestehe aus m Windungen pro Längeneinheit. Fließt durch sie der Gesamtstrom J_θ, so gilt für die Stromdichte

$$j_\theta^*(z) = \begin{cases} m J_\theta & -\frac{\ell}{2} < z < \frac{\ell}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{31}$$

Diese unstetige Stromverteilung wird nach Fourier durch Superposition von ebenen Wellen der Form $\exp(ik_\parallel z)$ dargestellt. $k_\parallel$ ist die Wellenzahl parallel zum äußeren B-Feld. Die axialen Randbedingungen fordern nun wegen der Stetigkeit der Tangentialkomponente des elektrischen Feldes, daß die Feldkomponenten E_r und E_θ an den Plasmaenden verschwinden. Dadurch sind nicht mehr alle Wellenzahlen möglich, sondern nur noch diskrete Werte der Form $k_\parallel = \frac{n\pi}{L}$ (n ungerade). Die Superposition reduziert sich auf eine Darstellung durch Fourierreihen. Anschaulich bedeutet diese Geometriebedingung, daß die Stromdichteverteilung in der Spule - und damit das gesamte Wellenfeld im Plasma - nach in axialer Richtung stehenden Wellen analysiert wird.

Die Behandlung des Problems der Leistungseinkopplung wird nun in konsequenter Weise durchgeführt. Ausgehend von der Wellengleichung werden die Felder nach Fourier transformiert. Unter Berücksichtigung der elektromagnetischen Randbedingungen in der vorgegebenen Geometrie werden die Komponenten des elektrischen Feldes durch Rücktransformation erhalten. Aus den Feldern lassen sich, wie im vorigen Kapitel beschrieben, der Poyntingvektor, die im Plasma absorbierte Leistung und der Lastwiderstand gewinnen. Dieser stellt sich in komplizierter Weise aus den modifizierten Besselfunktionen 2. Art ($K_1(\alpha ks)$) und den die Dispersionseigenschaften enthaltenden Integrationskonstanten H_n und F_n mit $\alpha^2 = k_\parallel^2/k_o^2 - 1$ dar

$$(32)\quad R_L = 1920\, k_o L^2 m^2 s^2 \frac{\left|\sum_n' \left[K_1^2(\alpha k_o s)/n^2\right] \sin^2(n\pi\ell/2L)\,(H_n/F_n)\right|^2}{\sum_n' \left[K_1^2(\alpha k_o s)/n^2\right] \sin^2(n\pi\ell/2L)\,\mathrm{Im}(H_n/F_n)}$$

Da nun sowohl radiale als auch axiale Wechselfelder im Plasma existieren, wird durch die Kopplung beider Komponenten die Dispersionsgleichung kompliziert. Für ein vorgegebenes $k_\parallel$ ergeben die Rechnungen die Dispersionsgleichung für die Ausbreitung senkrecht zum äußeren Magnetfeld zu

$$(33)\quad \left[k_o K_{33} - k_\perp^2\right]\left[k_o^2(K_{11}^2 + K_{12}^2) - k_\parallel^2 K_{11} - K_{11}\, k_\perp^2\right] - \frac{k_\parallel^2}{k_o^2} K_{33}\left[k_o^2 K_{11} - k_\parallel^2 - k_\perp^2\right] = 0$$

Diese Dispersionsgleichung ist quadratisch in $k_\perp^2$, so daß zwei Lösungen für $k_\perp^2$ zu diskutieren sind. Da die analytische Form der beiden Lösungen von $k_\perp^2$ unübersichtlich ist, ist man bei der Diskussion ihrer Eigenschaften auf die Ergebnisse der numerischen Rechnungen angewiesen.

Fig.5 zeigt den Verlauf der beiden Lösungen $n_{1\perp} = k_{1\perp}\frac{\omega}{c}$ und $n_{2\perp} = k_{2\perp}\frac{\omega}{c}$ in einem Cäsiumplasma der Länge L = 500 cm für $k_\parallel = \frac{\pi}{L}$. Mit der hier gewählten Elektronendichte von $5\cdot10^{11}$ cm^{-3} ist die UHR zu $\omega_o/\omega \sim 1{,}7$ verschoben. Dies resultiert aus der Dichteabhängigkeit der Plasmafrequenz, wie aus Gleichung (19) hervorgeht. Nur im Fall hoher Elektronendichte ($\omega_{pe}^2 >> \omega^2 M/m$) liegt sie beim geometrischen Mittel aus Elektronen- und Ionen-Zyklotronfrequenz, d.h. bei $\omega_o/\omega = 1$. In der unmittelbaren

Nähe der Resonanzstelle durchlaufen $Re(n_{\perp 1})$ und $Im(n_{\perp 1})$ Maxima, die im Falle eines verlustfreien Plasmas zu Polstellen entarten. Dieses Verhalten ähnelt dem aus der Theorie des unendlich langen Plasmazylinders abgeleiteten, jedoch mit einem wesentlichen Unterschied: Auf dem rechten Flügel der Resonanz $\omega_o/\omega > 1.7$ wird $Re(n_{\perp 1}) < Im(n_{\perp 1})$; somit kann dieser Brechungsindex dort keine radialen Moden verursachen. Allenfalls auf der hochfrequenten Seite der Resonanz ($\omega_o/\omega < 1.7$) ist in einem gewissen Bereich $Re(n_{\perp 1}) > Im(n_{\perp 1})$, so daß hier prinzipiell radiale Moden zu erwarten sind. Das Verhalten dieses Brechungsindexes auf den Flügeln der Resonanz ist also verglichen mit dem nach der Theorie des unendlich langen Plasmazylinders vertauscht. $Re(n_{\perp 2})$ durchläuft im Bereich $\omega_o/\omega < 1.7$ ein Maximum, das auch im verlustfreien Fall ($\gamma = 0$) nicht zu einer Polstelle entartet. Für höhere Magnetfelder bleibt $Re(n_{\perp 2}) > Im(n_{\perp 2})$. Im Gegensatz zu $Re(n_{\perp 1})$ zeigt $Re(n_{\perp 2})$ also lediglich ein Maximalverhalten. Für höhere Magnetfelder bleibt $Re(n_{\perp 2}) > Im(n_{\perp 2})$, so daß in dem Bereich unterhalb der "intrinsic"-Resonanz radiale Moden möglich werden. Unter speziellen Plasmaparametern - hohe Elektronendichte, große Plasmalänge - kann dieser Bereich auch bis auf die niederfrequente Seite der Resonanz hinausragen, so daß dann auf beiden Flügeln der Resonanz radiale Moden zu beobachten sind. Diese Vermutungen werden unterstützt durch Untersuchungen des Verhaltens des Poynting-Vektors, der außerdem Strukturen und verstärkte Absorption im Bereich sehr kleiner Magnetfelder vorhersagt. Dieser Effekt ist nach dem beschriebenen Verhalten der Lösung n_1 zu vermuten. Für den genauen Verlauf der Absorption ist das Zusammenwirken der beiden Brechungsindizes n_1 und n_2 hier besonders wichtig, so daß eine Abstützung der Vermutungen durch numerische Rechnungen erforderlich wird. Zudem dürften hier Strukturierungen durch radiale Moden zu erwarten sein. Die Rechnungen zeigen, daß in der Tat in der Umgebung des Maximums von $Re(n_{\perp 2})$ starke Absorptionsstrukturen auftreten.

Zur Berechnung des Lastwiderstandes genügt es jedoch nicht, nur eine Fourier-Komponente zu berücksichtigen, vielmehr zeigt die Analyse der Rechnungen, daß erst die höheren Moden mit $k_{\parallel} > 40\,\pi/L$ zu vernachlässigen sind. Daher ist es notwendig, auch das Verhalten der anderen Komponenten zu diskutieren. Fig.6 und 7 zeigen den Verlauf des Brechungsindexes für $k_{\parallel} = 3\,\pi/L$ und $k_{\parallel} = 9\,\pi/L$. Man erkennt, daß das Verhalten von $n_{\perp 1}$ strukturell unverändert bleibt; die Resonanzstelle bleibt in allen Moden bei etwa demselben Magnetfeld erhalten. Im Gegensatz hierzu verschiebt sich jedoch das Maximum im $Re(n_{\perp 2})$ mit wachsendem $k_{\parallel}$ zu niedrigeren Magnetfeldern. Dadurch wird auch der durch diesen Brechungsindex verursachte Absorptionsbereich unterhalb $\omega_o/\omega = 1.7$ zu niedrigeren Magnetfeldern verschoben, strukturiert und verbreitert.

Da $k_{\parallel} = n\,\pi/L$ gilt, lassen sich dieselben Verschiebungen erzielen, wenn für ein vorgegebenes $k_{\parallel}$ die Plasmalänge verkleinert wird. Dementsprechend läßt sich Fig.7 interpretieren als Brechungsindex für die 1. Komponente $k_{\parallel} = \pi/L$ für eine Plasmalänge von L = 55 cm. Vergrößert man nun L, so schiebt sich das Maximum von $Re(n_{\perp 2})$ an die Stelle der "intrinsic" Resonanz heran. Dieses Verhalten veranschaulichen Fig.6 (L = 170 cm), Fig.5 (L = 500 cm) und Fig.8 (L = 1000 cm).

Analog nähern sich auch die beiden Absorptionsgebiete einander. Das Gebiet der radialen Moden verschmilzt mit dem Bereich der Absorption in der Resonanzstelle, wie aus der Fig.9 zu entnehmen ist, in der der Verlauf des Lastwiderstandes für die verschiedenen Plasmalängen aufgetragen ist. Charakteristisch für alle Kurven ist der steile Anstieg auf der niederfrequenten Seite der Resonanz, wie es auch von der Theorie für den unendlich langen Plasmazylinder gefordert wird. Auf der niederfrequenten Seite wird der Lastwiderstand deutlich abgesenkt, die Kurven sind im Bereich der radialen Eigenmoden stark strukturiert. Für kleine Plasmalängen sind deutlich zwei Absorptionsgebiete zu unterscheiden, die mit wachsender Plasmalänge sich annähern. Für eine Länge von L = 1000 cm tritt außerdem eine

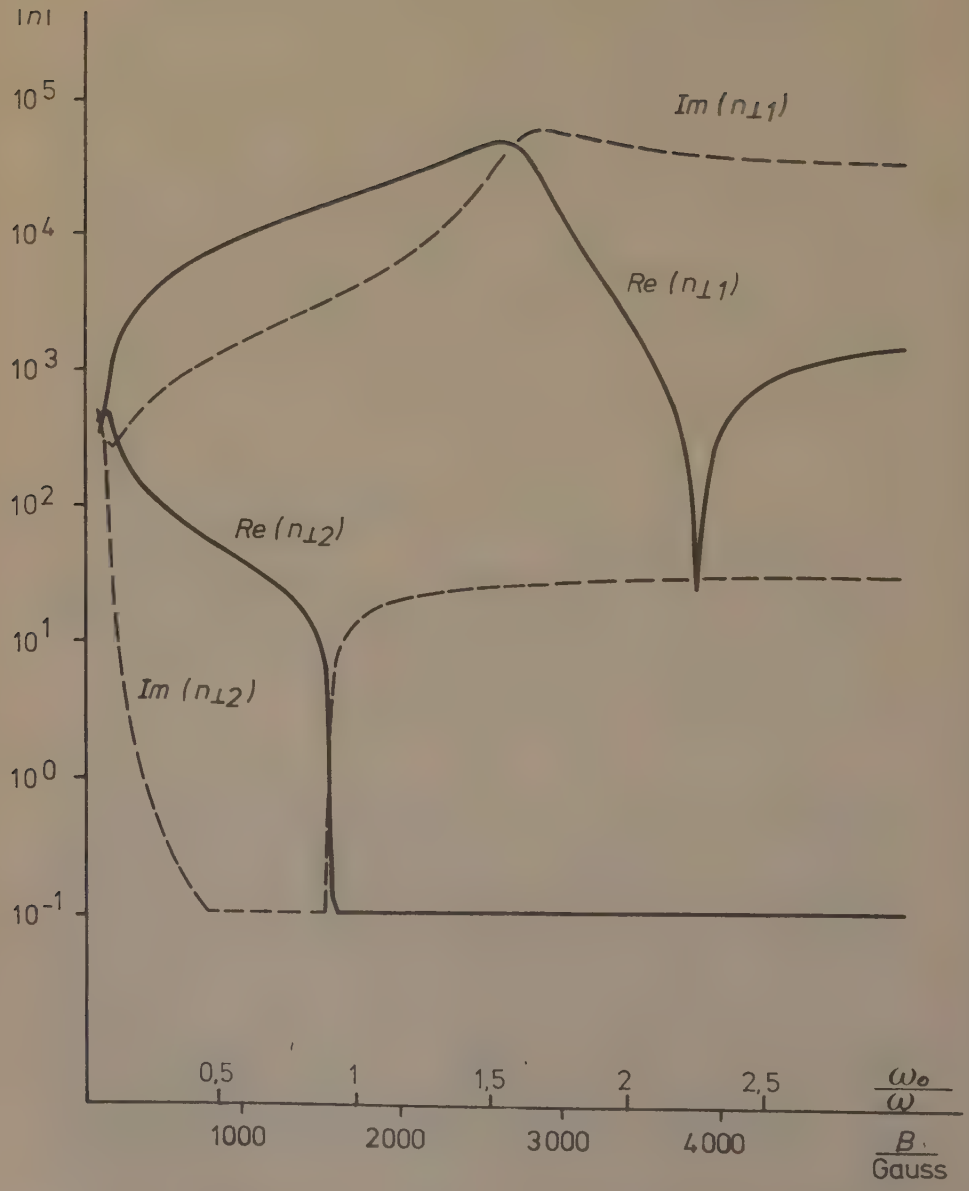


Fig. 5 Dispersionsverhalten eines Caesiumplasmas nach dem SOS Modell für L = 500 cm, $k_{\parallel} = 9\,\pi/L$ (entsprechend L = 55 cm, $k_{\parallel} = \pi/L$)

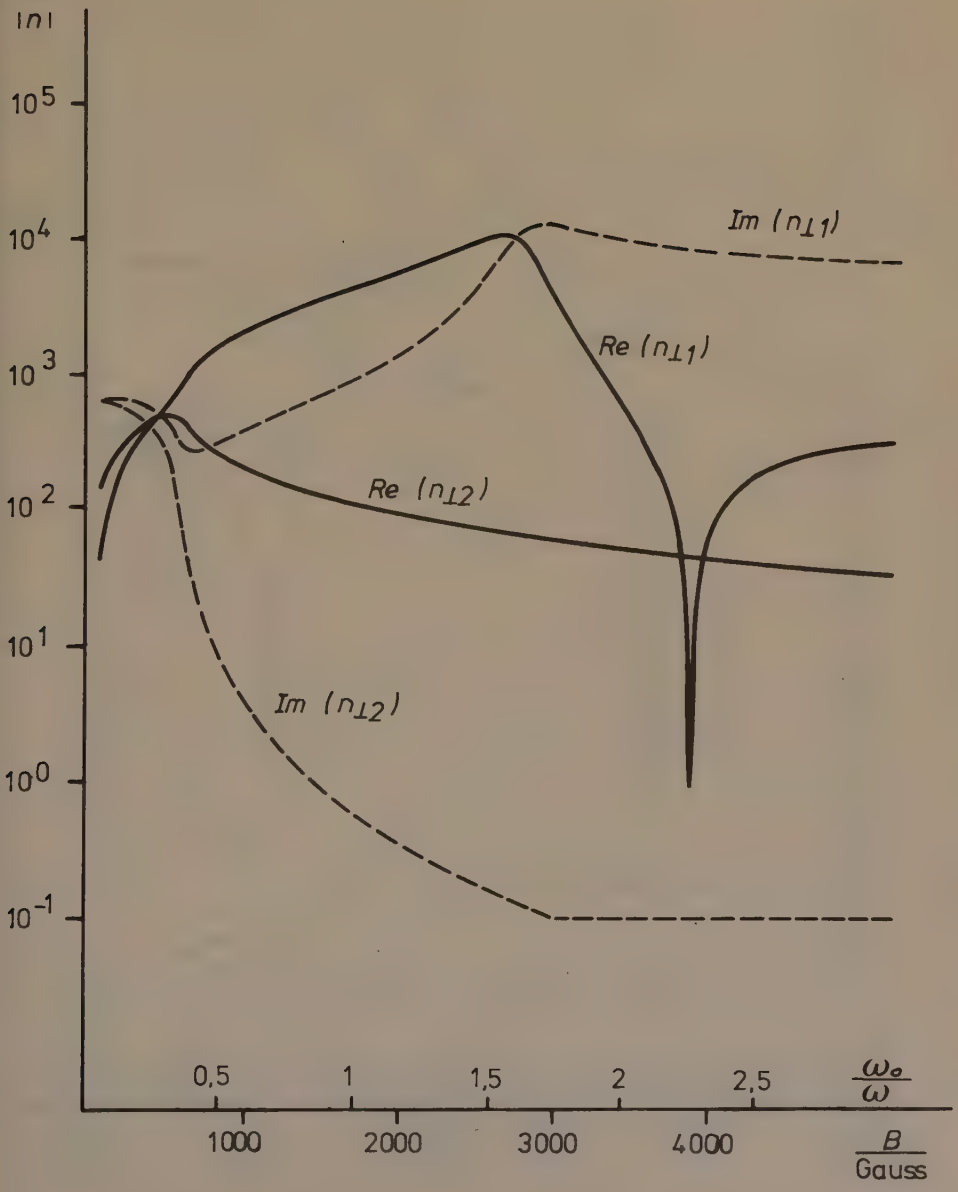


Fig. 6 Dispersionsverhalten eines Caesiumplasmas nach dem SOS Modell für L = 500 cm, $k_{\parallel} = 3\pi/L$ (entsprechend L = 170 cm, $k_{\parallel} = \pi/L$)

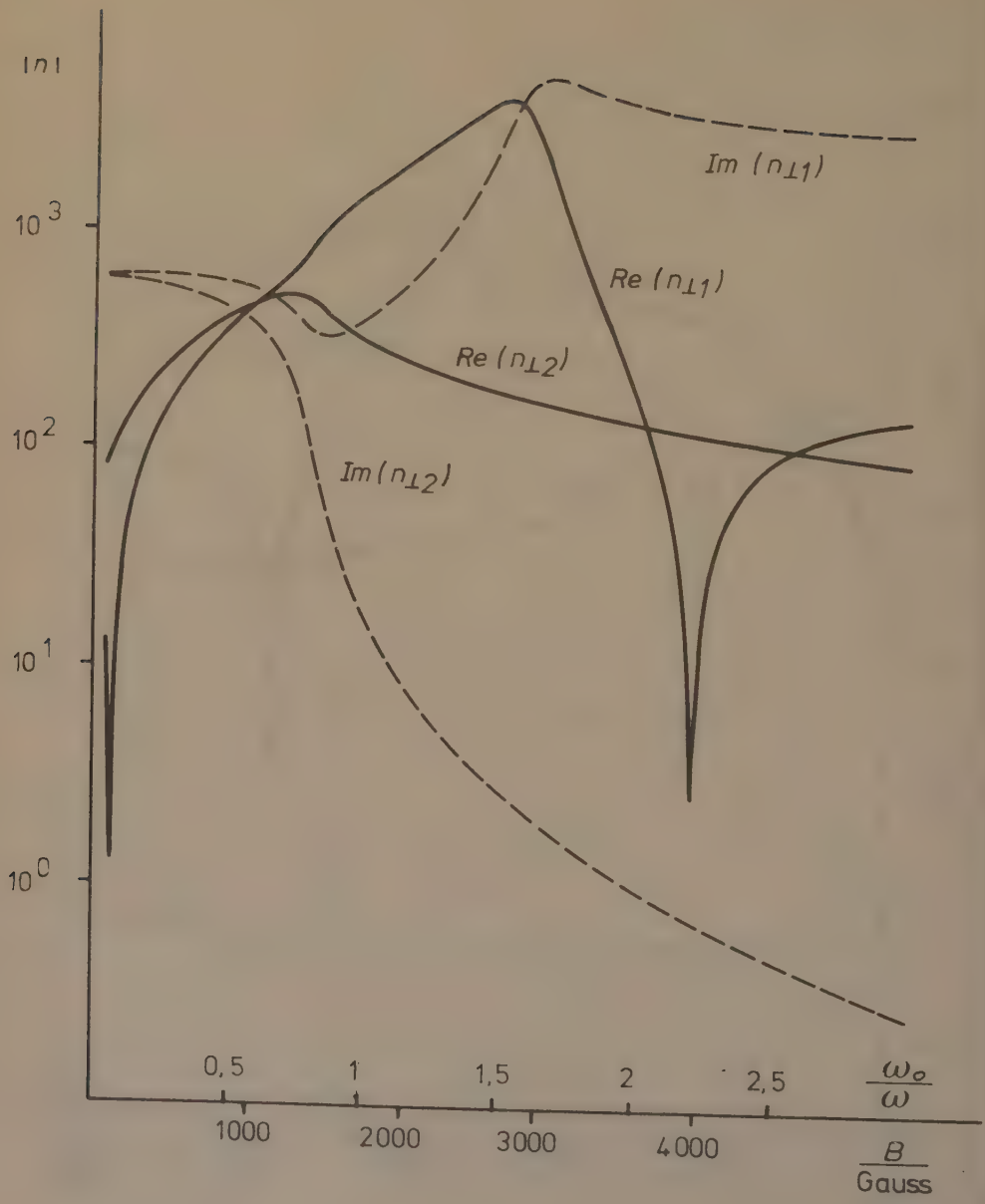


Fig. 7 Dispersionsverhalten eines Caesiumplasmas nach dem SOS Modell für L = 500 cm, $k_n = \pi/L$

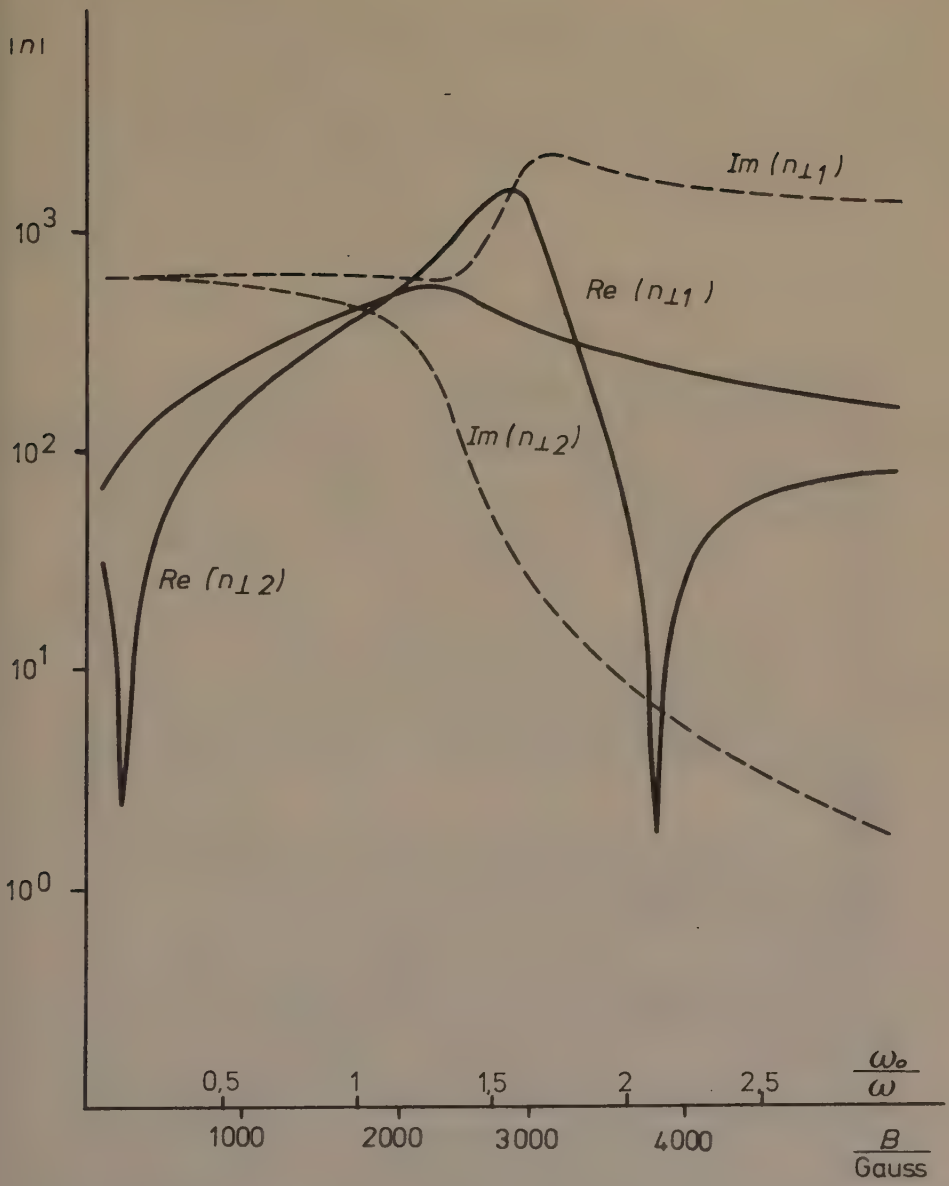


Fig. 8 Dispersionsverhalten eines Caesiumplasmas nach dem SOS Modell für L = 1000 cm, $k_{\parallel} = \pi/L$

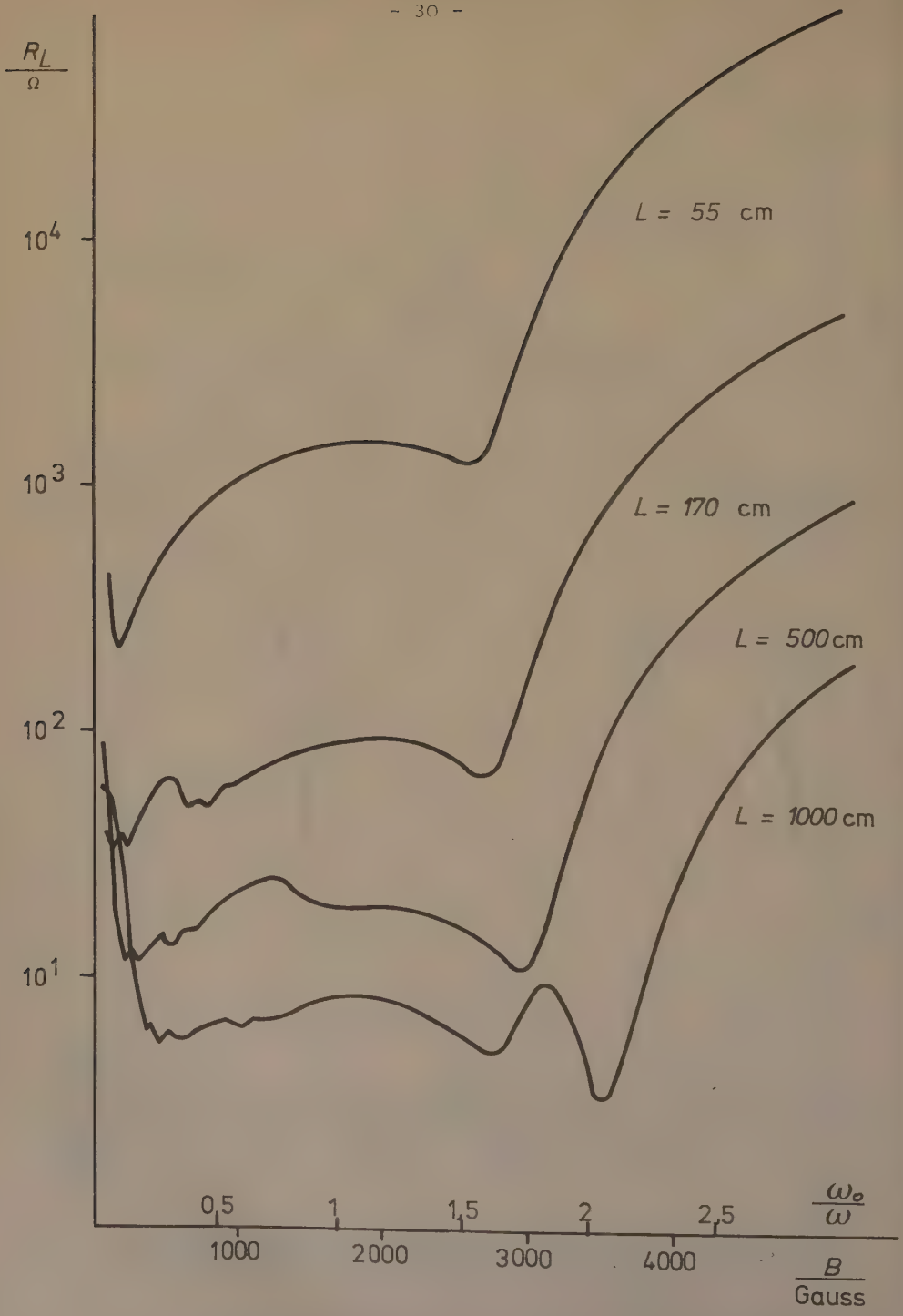


Fig. 9 Lastwiderstandskurven von Caesium für verschiedene Plasmalängen

radiale Mode an der Stelle $\omega_o/\omega = 2.1$ auf, die auch schon für L = 500 cm den Kurvenverlauf beeinflußt.

Wird die Plasmalänge weiter vergrößert, so fällt für eine "kritische Länge" L_c das Maximum von $Re(n_{\perp 2})$ mit der Unteren Hybridresonanz zusammen, beide Absorptionsgebiete sind verschmolzen. Breihan (B 5) berechnet diese kritische Länge aus der Dispersionsgleichung (33) zu

$$L_c = \frac{\pi c}{\omega_{pi}} \cdot \frac{\omega_o}{\omega} \qquad (34)$$

Man erkennt, daß L_c im wesentlichen von der Ionenmasse und der Elektronendichte im Plasma abhängt: Je größer die Ionenmasse und je kleiner die Elektronendichte, desto größer ist die kritische Länge L_c, da $L_c \sim \omega_o/\omega \sqrt{(M/n)}$ ist. Dies bedeutet, daß durch die Wahl der Ionenspezies im Plasma und durch die Elektronendichte die kritische Länge zu steuern ist.

Um die beiden Absorptionsgebiete deutlich voneinander abzugrenzen, muß die kritische Länge weit unterschritten werden. Für die in den Fig.5 bis 8 angenommenen Plasmaparameter errechnet sich L_c zu $\approx$ 20 m. Man erkennt, daß jedoch noch bei einer Plasmalänge von 10 m beide Absorptionsbereiche verschmelzen.

In den häufig zur Untersuchung der Unteren Hybridresonanz verwendeten HF-Plasmen in Wasserstoff liegen solche Bedingungen vor, daß die Plasmalänge in die Größenordnung der kritischen Länge kommt. In diesen Plasmen existiert somit nur ein breiter Absorptionsbereich in der Nähe der Resonanz. Da jedoch die fundamentalen Unterschiede in den beiden hier diskutierten theoretischen Modellen durch die Existenz und die Eigenschaften einer 2. Lösung $n_{\perp 2}$ der Dispersionsgleichung hervorgerufen werden, sollten zur Diskussion der Leistungsfähigkeit beider Modelle solche experimentellen Bedingungen gewählt werden, in denen die Diskrepanz zwischen ihnen besonders deutlich wird. Es sollte also die Untere Hybridre-

sonanz in solchen Plasmen untersucht werden, in denen die kritische Länge einige Größenordnungen über der Plasmalänge liegt. Hierzu bietet sich ein Caesium-Plasma an, da wegen der großen Ionenmasse von $M_{Cs} = 133\ M_H$ diese experimentelle Forderung fast stets erfüllt ist.

III. Experimenteller Aufbau

In einer Q-Maschine wird durch Kontaktionisation ein Caesiumplasma erzeugt. Der prinzipielle Aufbau der Apparatur ist in Fig.10 dargestellt.

An den Enden der linearen Anordnung befinden sich die beiden Plasmaerzeugungssysteme. In einem Rohr wird durch eine von außen übergeschobene Heizpatrone Caesium verdampft. Der Dampf tritt durch eine Düse aus, trifft auf eine heiße Tantalplatte und wird dort ionisiert. Die Ionen diffundieren zusammen mit Elektronen, die durch Glühemission aus der Tantalplatte freigesetzt werden, in einen zwischen den beiden Erzeugungssystemen befindlichen Glaszylinder von 80 mm Durchmesser. Um Teilchenverluste an den seitlichen Wänden zu vermeiden, ist diesem Plasma ein statisches Magnetfeld überlagert, das durch 20 Spulen erzeugt wird. Das maximal erreichbare Magnetfeld beträgt 3,5 kG, die Homogenität auf der Achse ist besser als 10%.

Das Resonanzverhalten des Plasmas wird mit elektromagnetischen Wellen kleiner Amplitude untersucht, die über eine Einwindungsspule in der Mitte des Glasgefäßes eingekoppelt werden. Als geeignete Meßgröße erweist sich die Impedanz des Plasmas, die mit einem Vektorimpedanzmeter ermittelt wird. Die Bestimmung der Elektronendichte erfolgt mit Hilfe von Mikrowellen, die das Plasma neben der Koppelspule durchstrahlen.

Zwei Öldiffusionspumpen mit einem Saugvermögen von 400 l/sec. erzeugen in der Apparatur bei kalten Emitterplatten ein Grundvakuum von einigen 10^{-7} Torr. Der Druck steigt bei heissen Erzeugersystemen auf $1 \cdot 10^{-6}$ Torr an, der auch während des Betriebes aufrecht erhalten werden kann. Dabei wird der neutrale Caesiumdampf weitgehend abgepumpt. Nur ein geringer Teil kondensiert an den Wänden der wassergekühlten Metallendteile. Die Wasserkühlung ist hier wegen der starken

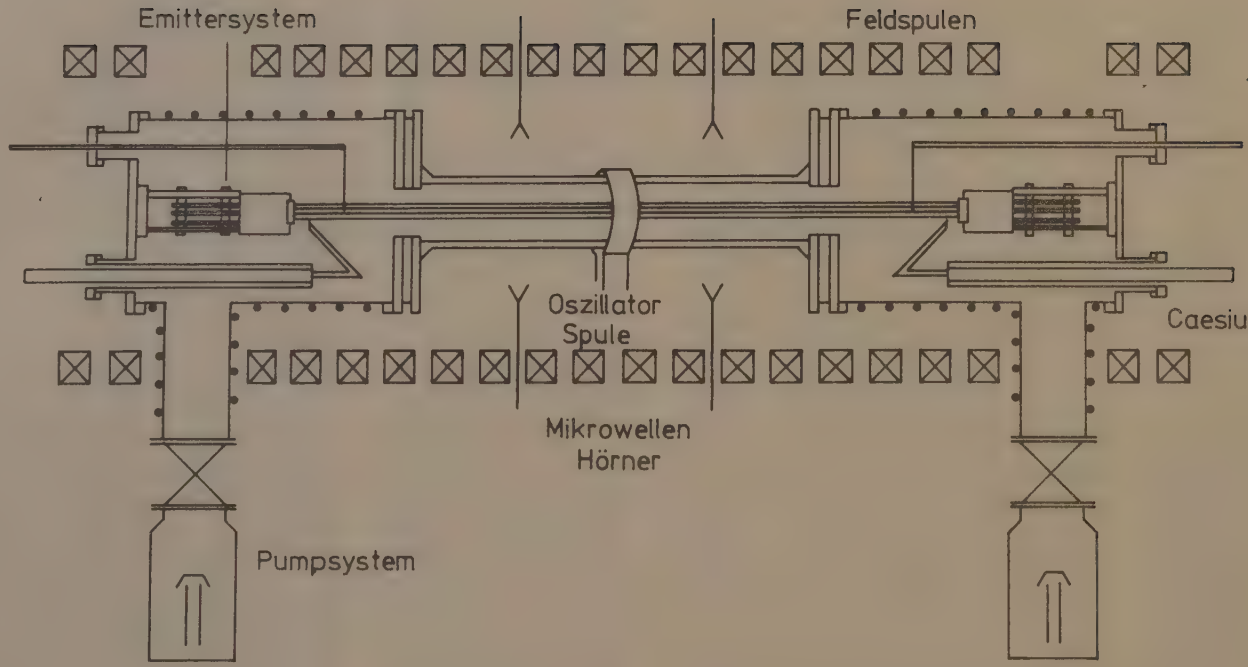


Fig. 10 Schematischer Aufbau der Kontaktplasma-Apparatur

Wärmeentwicklung in den Emittersystemen notwendig. Diese Endteile und die Pumpensysteme sind auf bewegliche Schlitten aufgebaut, so daß Glasrohre verschiedener Längen eingebaut und damit unterschiedliche Plasmalängen untersucht werden können.

III. 1. Kontaktionisation

Das seit 1926 bekannte Verfahren der Kontaktionisation (L 2) ist erst in den letzten 10 Jahren häufiger zur Plasmaerzeugung herangezogen worden. Zum Verständnis dieser Methode betrachten wir zwei Metalle mit verschiedenen Austrittsarbeiten, die miteinander in Kontakt gebracht werden, so daß ihr Abstand vergleichbar wird mit atomaren Dimensionen (D 3).Die Fermipotentiale in beiden Metallen liegen zunächst auf unterschiedlichem Niveau. Nun können Elektronen von dem Metall mit der niedrigeren zu dem mit der höheren Austrittsarbeit durch Tunneleffekt oder thermionische Emission übertreten. Hierdurch bildet sich an der Kontaktfläche eine elektrische Doppelschicht aus, die für eine Potentialdifferenz, das Kontaktpotential, zwischen den Metallen sorgt. Im Gleichgewicht sind beide Fermienergien gleich groß, die Austrittsarbeit des einen Metalls ist erniedrigt worden.
Wir ersetzen nun das eine Metall durch einen Atomstrahl, der sich der anderen Metallfläche nähert. Zunächst betrachten wir die Abhängigkeit der potentiellen Energie eines Atoms vom Abstand zur Metallwand. Das Metall sei vollständig polarisierbar. Da auch das Atom eine gewisse Polarisierbarkeit besitzt, wird das Wechselwirkungspotential eine anziehende Komponente enthalten (van der Waals Potential), und sich ein Potentialminimum an der Oberfläche ausbilden (Kurve 1, Fig. 11). Auf diese Weise können Atome an dem Metall adsorbiert werden.

Mit der Potentialkurve für ein Atom vergleichen wir die für ein Ion. Ein Atom werde in großem Abstand vom Metall durch

Zuführung der Ionisierungsenergie E_i ionisiert. Das Elektron kann, ähnlich wie in dem Fall zweier Metallflächen, zum Metall übergehen, wodurch Energie frei wird, die gleich der Austrittsarbeit E_a ist. Insgesamt muß somit die Energie $E_i - E_a$ aufgewendet werden. Die Potentialkurve des Ions ist jedoch von der des Atoms grundlegend verschieden (Kurve 2, Fig.11). Das anziehende Potential ist nun nicht mehr das van der Waals - Potential ($E \sim 1/r^6$), sondern das Coulomb - Potential ($E \sim 1/r$). Als Folge hiervon schneidet die Potentialkurve des Ions die des Atoms und das Minimum liegt tiefer. Ein Teilchen, das sich dem Metall auf der Atomkurve nähert wird in der Nähe des Kreuzungspunktes der beiden Kurven leicht ein Elektron an das Metall abgeben, auf der Ionenkurve weiterlaufen und als Ion an dem Metall adsorbiert werden.

Betrachtet man nun den umgekehrten Vorgang, daß die Ionen von der Metallfläche abgedampft werden, so sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem ob $E_i > E_a$ oder $E_i < E_a$ gilt. Ist die Ionisierungsenergie größer als die Austrittsarbeit (Kurve 2, Fig.11), so kann das adsorbierte Ion unter Aufwendung der bei der Rekombination freiwerdenden Ionisierungsenergie ein Elektron aus dem Metall lösen und auf die Kurve für das Atom übertreten. In diesem Fall können die Teilchen als Atome abdampfen.

Liegt jedoch der Fall $E_i < E_a$ vor (Kurve 3, Fig.11), so schneidet die Potentialkurve des Ions nicht die des Atoms. Das Ion kann von sich aus nicht die Austrittsarbeit aufbringen, um ein Elektron aus dem Metall zu lösen und kann somit auch nicht auf die Potentialkurve für das Atom übergehen. Die Teilchen können in diesem Fall als Ionen abdampfen. Diese Betrachtungen galten für eine kleine Temperatur des Metalls. Bei einer höheren Temperatur kann die Gesamtenergie des Ions so groß werden, daß ein Übergang auf die Atomkurve möglich ist, d.h. es besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit, daß das Teilchen als Atom abdampfen kann. Die Wahrscheinlichkeit w_i für Oberflächenionisation - das ist die Wahrschein-

lichkeit, mit der ein neutrales Atom, das die Metallfläche trifft, als Ion abgedampft wird - ist durch die Saha-Gleichung bestimmt:

$$w_i = \frac{n_i}{n_o + n_i} = \frac{\exp\left[-\frac{e(E_i - E_a)}{kT_e}\right]}{1 + \exp\left[-\frac{e(E_i - E_a)}{kT_e}\right]} = \frac{1}{1 + \exp\left[-\frac{e(E_a - E_i)}{kT_e}\right]}$$

Hierbei bedeuten n_i die Ionendichte an der Emitterfläche und n_o die Dichte der neutralen Atome.

Um eine effektive Kontaktionisation zu erhalten, sollte die Differenz $E_i - E_a$ negativ sein. Man muß also Teilchen mit einer niedrigen Ionisierungsarbeit an Metallen mit einer höheren Austrittsarbeit ionisieren. Niedrige Ionisierungsenergien findet man bei den Alkali- und Erdalkalielementen. In Tab. 1 sind einige relevante Elemente und ihre Ionisierungsenergien aufgeführt zusammen mit Metallen hoher Austrittsarbeit.

Tab. 1

	E_i / eV	E_a / eV		E_a / eV	Schmelzpunkte / °C
Caesium	3.87	1.93	Tantal	4.13	3.000
Natrium	5.10	2.28	Molybdän	4.24	2.620
Kalium	4.34	2.22	Wolfram	4.52	3.380
Barium	5.19	2.51	Rhenium	4.97	3.147

Dampfen die Ionen von der Metallfläche ab, so bildet sich vor der Emitterplatte eine positive Raumladungswolke aus. Steigert man die Plattentemperatur soweit, daß durch Glühemission Elektronen austreten, wird die Raumladung kompensiert und es entsteht ein Plasma, das von der Emitterplatte wegdiffundiert. Um trotz hoher Austrittsarbeit eine effektive

Elektronenausbeute zu erzielen, muß die Emitterfläche hoch erhitzt werden. Daher benötigt man Materialien mit hohem Schmelzpunkt (vgl. Tab. 1).

In dieser Arbeit wurde das Alkali - Element Caesium (Cs) gewählt, weil es neben einer sehr niedrigen Ionisierungsenergie von 3.9 eV auch einen niedrigen Schmelzpunkt von 28.7°C aufweist, wodurch die Herstellung von Neutraldampf erleichtert wird. Als Emittermaterial wurde Tantal gewählt, da es sich im Gegensatz zu Wolfram mechanisch bearbeiten läßt. Mit dem Verfahren der Kontaktionisation konnten in dieser Arbeit Plasmen erzielt werden, deren Ionisationsgrad etwa 90 % beträgt.

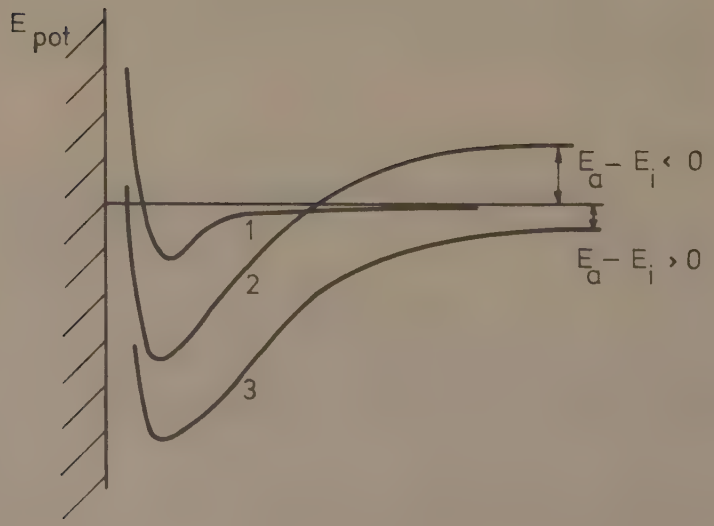


Fig. 11 Potentialkurven für verschiedene Teilchen im Abstand vom Festkörper

III. 2. Emittersystem und Ofen

Den detaillierten Aufbau des Emittersystems und des Caesium-neutralteilchenofens veranschaulicht Fig.12. Die Emitterplatte hat einen Durchmesser von 45 mm. Ihr zentraler Teil mit einem Durchmesser von 30 mm, die eigentliche Emitterfläche, ist 4 mm stark. Der äußere Bereich ist auf 0,4 mm Dicke reduziert. Diese Konstruktionsform hat zwei Gründe: Einmal soll die Wärmeleitung von der Emitterplatte zum zentrierenden äußeren Zylinder soweit wie möglich vermindert werden. Zum anderen werden die hinter der Platte angeordneten Isolatoren, Halterungen und Stromzuführungen vom Plasma abgegrenzt. Der Emitter ist mit einem Tantalzylinder verschraubt, der von drei Molybdänstangen gehalten wird, die ihrerseits am Endflansch isoliert befestigt sind. Um den Einfluß der an dem dünnwandigen äußeren Teil des Emitters ionisierten Atome auszuschalten, wurde im Abstand von 30 mm vor der Platte eine Lochblende aus Tantal mit einem Durchmesser von 30 mm angebracht.

Die Aufheizung der Emitterplatte erfolgt durch Elektronenbeschuß. Als Kathode dient eine mäandrierende, 0,8 mm starke Wolframwendel. Emitterplatte und Wendel bilden eine Diode. Nach Anlegen einer Beschleunigungsspannung von maximal 1500 Volt zwischen Anode und Kathode wird der Emitterplatte durch die Elektronen eine Heizleistung bis zu 2200 Watt zugeführt. Dabei werden Plattentemperaturen bis zu 2500° C erreicht. Ein Wehneltzylinder schirmt die Wendel zum äußeren Tantalzylinder und dem hinteren Zuführungs- und Halterungssystem ab.

Caesiumdampf wird in einem parallel zum Emittersystem angebrachten Rohrofen erzeugt. Dieser wird vor dem Einbau in den Endflansch mit 5 g Cs in einer Glasampulle gefüllt. Nachdem in der Apparatur das Grundvakuum erreicht ist und die Emittersysteme die erforderliche Temperatur haben, wird die Ampulle von außen mechanisch zerstört. Der Dampfdruck des

Caesiums wird durch die Temperatur des Ofens gesteuert. Die Cs - Atome entweichen durch eine Düse aus dem Ofen und gelangen unter einem Winkel von 45° auf die Emitterplatte. Um eine Beeinflussung des Plasmas durch die Düse zu vermeiden, ist diese durch eine zusätzliche Öffnung in der Blende geführt.

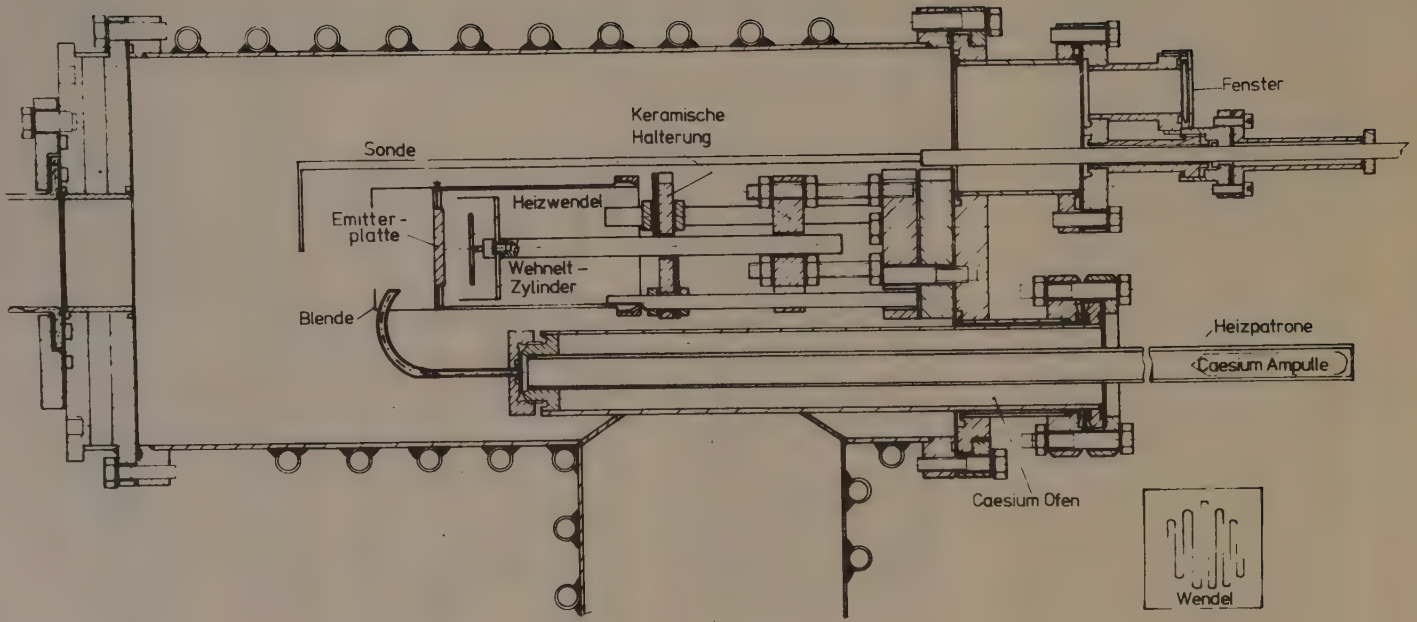


Fig. 12 Aufbau des Emittersystems und des Neutralteilchen Ofens

IV. Diagnostische Verfahren

Um einen Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den theoretischen Rechnungen vornehmen zu können, ist der Lastwiderstand des Systems Plasma - Koppelspule zu bestimmen. Dies geschieht durch Messung der komplexen Plasmaimpedanz. Außerdem ist die Kenntnis der folgenden Plasmaparameter notwendig: Elektronen - und Ionendichte (n_e bzw. n_i), Elektronen- und Ionentemperatur (T_e bzw. T_i) sowie Neutralteilchendichte n_g. Diese Größen können gemessen werden. Die zusätzlich erforderlichen Stoßfrequenzen lassen sich aus diesen Meßdaten ermitteln.

IV. 1. Lastwiderstandsmessung mit einem Vektorimpedanzmeter

Das Resonanzverhalten des Plasmas wird mit Wellen kleiner Amplitude untersucht, die über eine einwindige Spule in das Plasma eingekoppelt werden. Die Energiedichte im Wechselfeld dieser Wellen liegt mindestens um einen Faktor 100 unter der thermischen Energiedichte des Plasmas.

Ist Z die Impedanz des Plasmas, so berechnet sich die komplexe Leistung des Systems Spule - Plasma nach

$$P = \frac{1}{2} U J^* = \frac{1}{2} |J|^2 Z .$$

Die vom Plasma absorbierte Leistung ist

$$\mathrm{Re}\,(P) = \frac{1}{2} |J|^2 \,\mathrm{Re}\,(Z).$$

Bei konstantem Strom J ist also die vom Plasma absorbierte Leistung dem Realteil der Impedanz Z proportional. Die Resonanzuntersuchung läuft dann im wesentlichen auf die Bestimmung von Re (Z) hinaus.

Der komplexe Plasmawiderstand wird mit einem Vektorimpedanzmeter gemessen, das gleichzeitig als Generator für die in das Plasma eingekoppelten Wellen dient. Dieses Gerät mißt

den Betrag und die Phase der Impedanz in der Weise, daß der Strom durch das Meßobjekt konstant gehalten wird. Dies wird durch induktive Rückkopplung in einer Kompensationsschaltung erreicht. Eine Beeinflussung des Regelkreises ist wegen der im Meßkopf eingebauten Ferritkerne durch äußere Magnetfelder möglich. Untersuchungen von Notzem (N 1) zeigen jedoch, daß dieser Effekt ausgeschlossen werden kann, solange die störenden Felder kleiner als 1000 Gauss sind. Daher muß der Meßkopf außerhalb der Magnetfeldspulen angebracht und die Verbindung zur Koppelspule durch ein Kabel hergestellt werden.

Vorversuche zeigten jedoch, daß die Impedanzänderung der Koppelspule durch das Plasma sehr gering war, so daß eine empfindlichere Meßmethode gewählt werden mußte. Der Spule wird ein Kondensator parallel geschaltet. Dieser Parallelschwingkreis wird ohne Plasma auf Resonanz abgestimmt; die Impedanz des Plasmas bewirkt eine Verstimmung des Kreises, die dann mit dem Vektorimpedanzmeter empfindlich gemessen werden kann. Das Ersatzschaltbild der Meßanordnung ist in Fig.13 dargestellt.

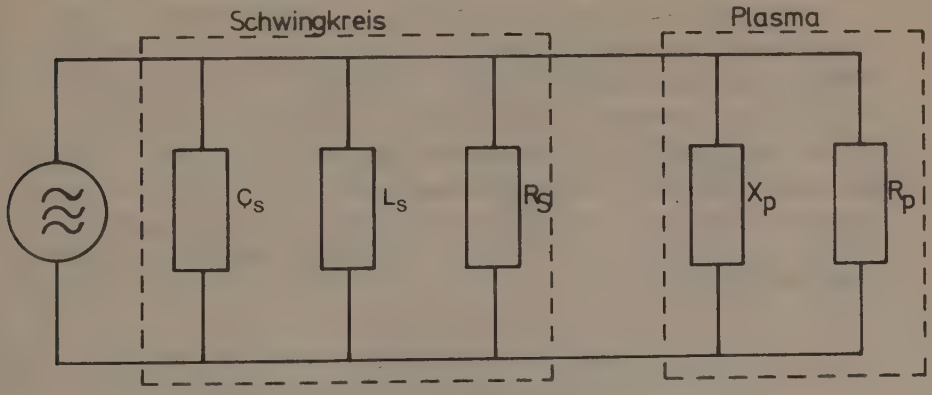


Fig. 13

VIM = Vektor - Impedanzmeter; C_s, L_s und R_S: kapazitiver, induktiver und Ohmscher Widerstand des Schwingkreises; X_p und R_p: Imaginär- und Realteil der Plasmaimpedanz

Beim Abgleich auf Resonanz ohne Plasma wird der Imaginärteil X_s der Schwingkreisimpedanz, $1/X_s = 1/\omega L_s - \omega C_s$, unendlich, so daß nur der Sperrwiderstand R_s wirksam ist. Mit Plasma wird der reelle Widerstand des Systems Schwingkreis - Plasma

$$R_G = \frac{R_s \cdot R_p}{R_s + R_p}$$

Da R_p die gesuchte Meßgröße ist, muß sie aus diesem Ausdruck ermittelt werden. Das Vektorimpedanzmeter liefert den Betrag und die Phase der Impedanz des gesamten Systems Schwingkreis - Plasma. Nun ist aber nicht Re (Z) = R_G, da dies nur für eine Reihenschaltung sämtlicher Widerstände zutrifft. Für die hier vorliegende Schaltung muß daher eine Parallel - Serien - Transformation vorgenommen werden. Real- und Imaginärteil der Parallelimpedanz berechnen sich aus den Komponenten der Serienimpedanz zu (M 1)

$$R_{\parallel} = \frac{R^2 + X^2}{R}$$

$$X_{\parallel} = \frac{R^2 + X^2}{X}$$

Wegen $R^2 + X^2 = Z^2$ folgt hieraus

$$R \cdot R_{\parallel} = |Z|^2; \quad X \cdot X_{\parallel} = |Z|^2,$$

und mit $R = |Z| / \cos\varphi$

und $X = |Z| / \sin\varphi$

wird schließlich

$$R_{\parallel} = |Z| / \cos\varphi$$

$$X_{\parallel} = |Z| / \sin\varphi.$$

Wir erhalten also

$$R_G = \frac{R_s \cdot R_p}{R_s + R_p} = |Z| / \cos\varphi$$

Der gesuchte Plasmalastwiderstand ergibt sich somit zu

$$R_p = \frac{R_s \cdot |Z| / \cos\varphi}{R_s - |Z| / \cos\varphi}$$

Die Empfindlichkeit der Meßmethode hängt sehr stark von der Größe des Sperrwiderstandes ab. Um dies zu erkennen, bilden wir

$$\frac{d R_G}{d R_p} = \frac{d}{d R_p} \left(\frac{R_s \cdot R_p}{R_s + R_p} \right) = \frac{R_s^2}{R_s + R_p^2}$$

und erhalten:

$$\frac{d R_G}{d R_p} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_p}{R_s}\right)^2}$$

Daraus ersieht man, daß eine Änderung im Plasmalastwiderstand R_p dann eine große Änderung in der Meßgröße R_G hervorruft, wenn der Sperrwiderstand R_s möglichst hoch ist.

Als Parallelkapazität zur Koppelspule wird bei hohen Meßfrequenzen ein Drehkondensator benutzt, wodurch diese frei wählbar sind. Es zeigt sich, daß der Sperrwiderstand bei abnehmender Frequenz stark sinkt. Bei Frequenzen von etwa 15 MHz ist er auf 600 Ohm abgesunken. Um auch bei niedrigeren Frequenzen messen zu können, müssen daher hochwertige Festkondensatoren verwendet werden, wodurch automatisch die Meßfrequenz festgelegt wird.

IV. 2. Messung der Elektronendichte

Die Bestimmung der Elektronendichte n_e erfolgt mit einem Mikrowellen - Interferometer, dessen Prinzipschaltbild in Fig. 14 dargestellt ist. Das Klystron erzeugt eine Mikrowelle

die in der H_{10} - Mode in den Hohlleiter eingekoppelt wird. Sie wird über eine Einwegleitung - um Reflexionen in das Klystron zu vermeiden - einem Richtkoppler zugeführt und in zwei Wellen geteilt. Eine Welle durchstrahlt das Plasma und wird in einem hybriden Mischkopf mit der kohärenten Welle des Referenzzweiges überlagert. Die von den beiden Dioden des Mischers gleichgerichteten Spannungen werden in einem Differenzverstärker überlagert. Sein Ausgangssignal, das von der Phasenbeziehung zwischen Meß- und Referenzwelle abhängt, wird von einem X - Y - Schreiber registriert.

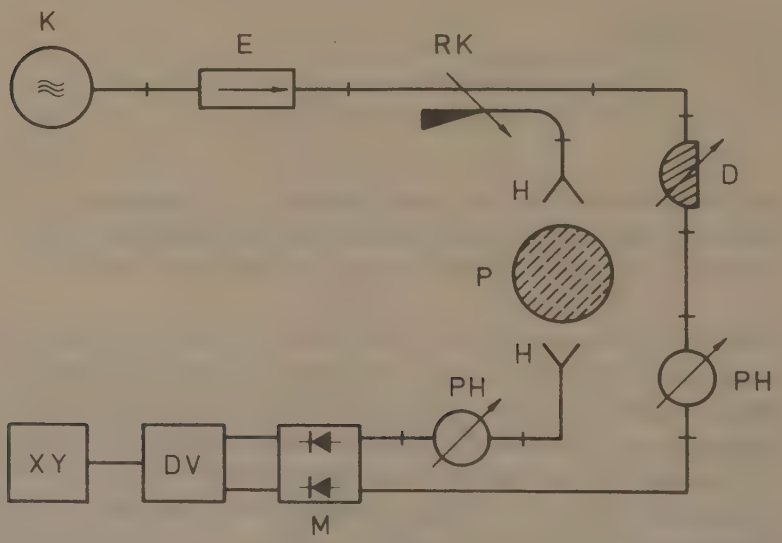


Fig. 14 K: Klystron, E: Einwegleitung, RK: Richtkoppler, H: Hörner, D: Dämpfungsglied, PH: Phasenschieber, M: Hybrider Mischkopf, DV: Differenzverstärker, XY: X-Y-Schreiber, P: Plasma

Die Welle des Referenzzweiges gelangt stets mit derselben Phase zum Mischkopf. Die Phasenlage der Meßwelle ist jedoch von dem im Plasma vorhandenen Brechungsindex abhängig. Wir

orientieren die Meßwelle so, daß der elektrische Feldvektor der Welle parallel zum äußeren Magnetfeld gerichtet ist. In diesem Fall gilt für den Brechungsindex n des Plasmas die Eccles - Beziehung

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

wobei Stöße vernachlässigt worden sind. Hierbei bedeuten ω die Frequenz der Mikrowelle und ω_{pe} die Elektronenplasmafrequenz. Die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ durch ein Plasma der Dicke L ergibt sich dann zu

$$\Delta\varphi = \int_0^L (-k_{ec}(x) + k_o)\,dx$$

mit $k_o = \frac{2\pi}{\lambda}$ und $k_{ec}(x) = \frac{n\omega}{c} = k_o\,(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2})$,
der Wellenzahl der ordentlichen Welle im Plasma.
Unter der Annahme kleiner Dichten ($\omega_{pe}^2 << \omega^2$) läßt sich der Integrand entwickeln und man erhält

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\int_0^L n(x)\,dx}{n_c} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\bar{n}}{n_c} L$$

wobei $\bar{n}$ die über die Plasmaschicht gemittelte Dichte ist. n_c ist die "Cut-Off-Dichte", oberhalb der keine Wellenausbreitung möglich ist. Da im vorliegenden Experiment Elektronendichten kleiner als 1.10^{12} cm^{-3} gemessen werden, darf diese Näherung verwendet werden.

Zur Bestimmung der Elektronendichte werden sowohl ein 3-cm- als auch ein 8-mm-Mikrowelleninterferometer eingesetzt. Die Cut-Off-Dichte für die 3-cm-Welle beträgt $1.1\ 10^{12}$ cm^{-3}, die untere Nachweisgrenze etwa 1.10^{10} cm^{-3}. Mit ihr kann also der bei den Messungen relevante Bereich erfaßt werden. Da jedoch die Interferometeranzeige für große Phasenverschiebungen mehrdeutig werden kann, wurde zusätzlich ein 8-mm-Interferometer herangezogen. Für diese Wellen ist die Anzeige von der Nachweisgrenze von 1.10^{11} cm^{-3} ab bis zu Elektronendichten von 1.10^{12}cm^{-3} eindeutig, jedoch ist die Genauigkeit im Dichtebereich von

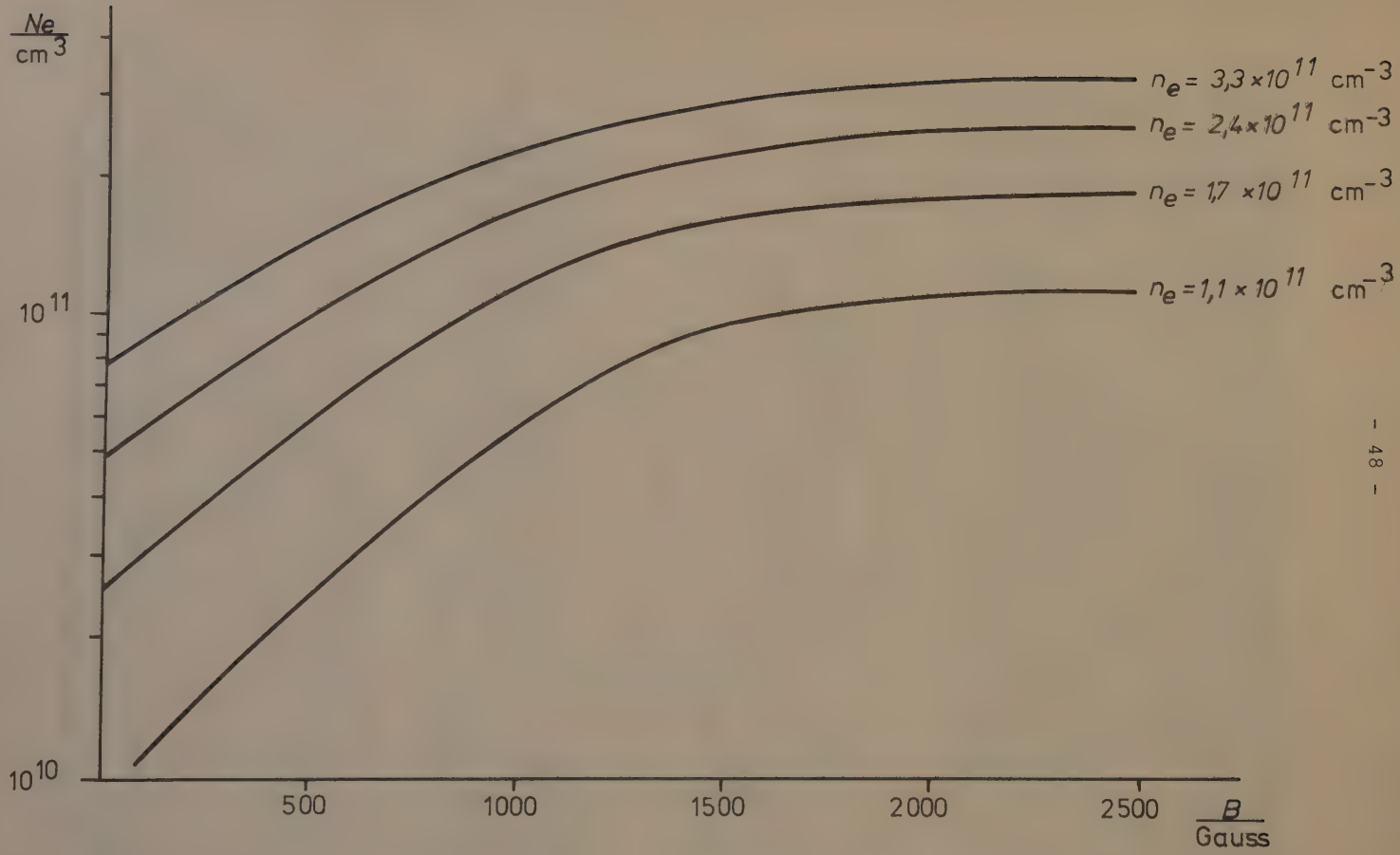


Fig. 15 Verlauf der Elektronendichte mit dem Magnetfeld für verschiedene Enddichten

wenigen $10^{11} cm^{-3}$ sehr gering. Durch die Kombination der beiden Interferometer können Elektronendichten von einigen 10^{10} cm^{-3} bis zu 10^{12} cm^{-3} eindeutig gemessen werden, wobei mit einem Fehler von maximal 20 % zu rechnen ist. Typische Verläufe der Elektronendichte in Abhängigkeit vom Magnetfeld zeigt Fig. 15.

IV. 3. Bestimmung der Temperaturen von Ionen und Elektronen

Durch die Untersuchungen mehrerer Autoren (R 1, D 2) ist sichergestellt, daß sich die Temperaturen von Elektronen und Ionen in einem durch Kontaktionisation erzeugten Plasma nicht unterscheiden und gleich der Temperatur der Emitterplatte sind. Dies ist verständlich, weil die Ionen mit der Plattentemperatur abdampfen und durch Stöße die Elektronen auf dieselbe Temperatur aufheizen. Somit läuft die Bestimmung der Temperaturen auf eine Messung der Plattentemperatur hinaus. Als geeignetes Meßinstrument hierfür erweist sich ein Pyrometer. Das Meßobjekt (Emitterplatte) wird als Schwarzer Strahler betrachtet, dessen Farbtemperatur mit der eines kalibrierten, heizbaren Wolframdrahtes verglichen wird. Durch Variation der Heizung wird die Glühfarbe des Fadens auf die des Meßobjektes eingestellt. Die Meßwerte werden noch hinsichtlich der Graukörperstrahlung und der Verluste an Glasfenstern und Vorsatzlinsen korrigiert.

Eine direkte Beobachtung der dem Plasma zugewandten Seite der Emitterplatte ist im Betrieb nicht möglich. Daher wird eine Kalibrierung der Temperatur der Vorder- gegen die der Rückseite, die vom Endflansch durch ein Fenster beobachtbar ist, bzw. gegen die Heizleistung der Tantalplatte durchgeführt. Dazu wird ein Plasma - Erzeugungssystem entfernt und durch eine Glasplatte ersetzt, wodurch eine Beobachtung der anderen Emitterplatte mit dem Pyrometer ermöglicht wird. In Fig. 16 ist die Temperatur im Zentrum der Platte gegen die Heizleistung aufgetragen. Die Temperaturunterschiede auf der Plattenoberfläche sind kleiner als 10 %, so daß durch die Verwendung einer relativ starken, dünnwandig zentrierten Emitterplatte und einer mäandrierenden Heizwendel eine homogene Temperaturverteilung auf der Platte erzielt wird. Die maximal erreichbare Plattentemperatur beträgt 2500°C, jedoch wird bei den Messungen nur eine Temperatur von 2300°C eingestellt, um stabilere Betriebsbedingungen zu erzielen.

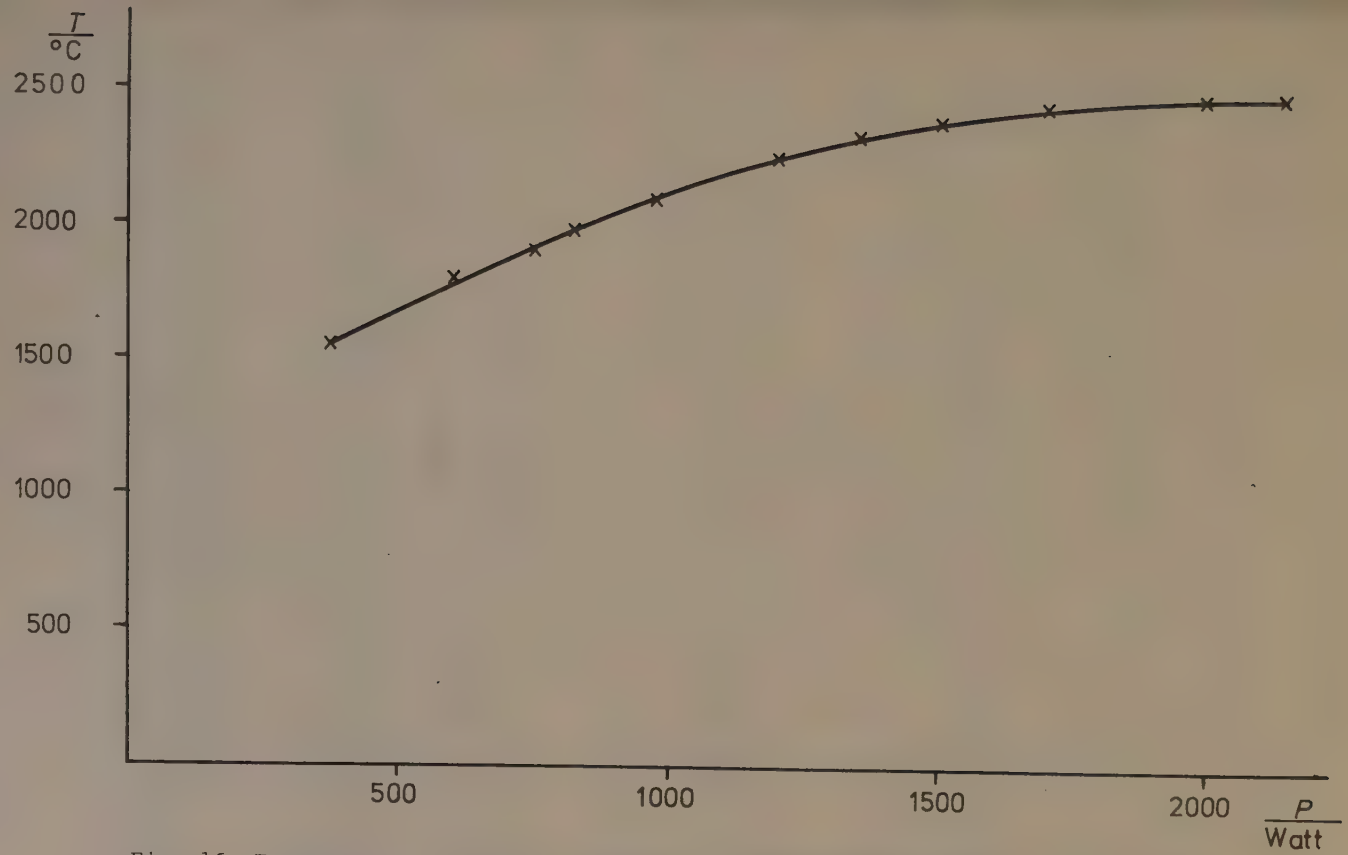


Fig. 16 Temperatur im Zentrum der Platte in Abhängigkeit von der Heizleistung

IV. 4. Stoßfrequenzen

Entscheidend für die Dämpfung und Absorption der Welle im Plasma und insbesondere für die Ausbildung von Resonanzen sind die Stöße der von der Welle angeregten Teilchen. Einerseits müssen hinreichend viele Stöße stattfinden, um die Wellenenergie in thermische Energie der Plasmateilchen zu überführen, andererseits darf die Stoßfrequenz für Impulsübertrag nicht zu hoch werden, damit sich noch Resonanzen ausbilden können. Auf den Brechungsindex bezogen, bedeutet dies, daß der Imaginärteil n_i zwar sehr hoch werden muß, jedoch nicht über den Realteil n_r dominieren darf. Die im Experiment möglichen Stoßfrequenzen kann man nach (S 4) zu einer Gesamtstoßfrequenz

$$\nu = \nu_{ei} + \nu_{en} + \frac{\omega_o^2}{\omega^2} \nu_{in}$$

zusammenfassen. Hierbei bedeuten ν_{ei} die Stoßfrequenz zwischen Elektronen und Ionen, ν_{en} zwischen Elektronen und Neutralteilchen und ν_{in} zwischen Ionen und Neutralteilchen. Stoßfrequenzen zwischen den geladenen und den neutralen Teilchen lassen sich durch

$$\nu_{jn} = P_c \, \bar{v}_j \, p_o \qquad (j = i,e)$$

beschreiben. P_c ist die Stoßwahrscheinlichkeit, $\bar{v}_j$ die mittlere thermische Geschwindigkeit der geladenen Teilchen und p_o der auf Normalbedingungen reduzierte Neutralgasdruck.

P_c kann gängigen Tabellenwerken (B 6) entnommen werden. Die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}_j$ ist unter der Annahme einer Maxwell - Boltzmann - Verteilung gegeben als

$$\bar{v}_j = \sqrt{\frac{8kT_j}{\pi m_j}}$$

Die Reduktion auf Normalbedingungen erfolgt für den in diesem Experiment relevanten Fall, daß die mittleren freien Weglängen groß gegen die Gefäßdimensionen sind (λ beträgt einige

hundert Meter), mit

$$p_o = \frac{273}{T_n} p_g$$

wobei T_n die Temperatur des Neutralgases ist und gleich der Temperatur der Ionen und Elektronen gesetzt wird, und p_g der gemessene Gasdruck ist.

Abschätzungen zeigen, daß die Ionen - Neutralteilchenstoßfrequenz ν_{in} größenordnungsmäßig einige 100 s^{-1} beträgt.

Die Stoßfrequenz für Stöße zwischen den Elektronen und Neutralteilchen berechnet sich für eine Temperatur von T_e = 2300 K und einen Neutralgasdruck von 1.10^{-6} Torr zu 4.10^4 s^{-1}.

Die dominierende Rolle spielen in diesem Experiment die Stöße der geladenen Teilchen untereinander. Ihre Stoßfrequenz wird nach L. Spitzer (S 5) zu

$$\nu_{ei} = 3{,}15 \cdot \frac{n_e}{T_e^{3/2}} \cdot \ln \Lambda$$

mit

$$\Lambda = 1{,}24 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{T_e^3}{n_e}}$$

In die Formeln sind die Elektronendichte n_e in cm^{-3} und die Temperatur in K einzusetzen. Die nachfolgende Tabelle zeigt, daß hier die Stoßfrequenz zwischen Elektronen und Ionen weit oberhalb der Elektronen - Neutralteilchenstoßfrequenz liegt.

Tabelle 2

n_e / cm^{-3}	T_e= 2273 /K ν_{ei}/MHz	T_e= 2773/K ν_{ei}/MHz
5×10^{10}	15	11
1×10^{11}	29	21
5×10^{11}	130	94
1×10^{12}	248	179

ν_{in} und ν_{en} können daher vernachlässigt werden. Hervorzuheben ist, daß ν_{ei} im wesentlichen proportional von n_e und $T_e^{-3/2}$ abhängt, und ihre Größe hauptsächlich durch die in diesem Experiment vorliegende niedrige Elektronentemperatur hervorgerufen wird.

IV. 5. Meßverfahren zum Nachweis der Unteren Hybridresonanz

Bisher konnte lediglich der hochfrequente Absorptionsbereich experimentell überprüft werden. Die eigentliche Untere Hybridresonanz konnte dagegen in Caesium-Plasmen noch nicht nachgewiesen werden. Der Grund hierfür liegt in der ungünstigen Kombination der Meß- und Plasmaparameter.
Die Resonanzfrequenz tritt auf bei

$$\omega^2 = \omega_o^2 \frac{\omega_o^2 + \omega_{pe}^2}{\omega_e^2 + \omega_{pe}^2}$$

Im Fall hoher Elektronendichte $\omega_{pe}^2 >> \omega_e^2$ findet man die Resonanz bei

$$\omega^2 = \omega_o^2 \quad \text{bzw.} \quad \omega_o/\omega = 1$$

Äquivalent mit dieser Beziehung ist die Forderung

$$\omega_{pe}^2 > \frac{M}{m} \omega^2$$

Werden diese Bedingungen verletzt, so verschiebt sich die Resonanzstelle in Richtung auf die Ionen - Zyklotron Frequenz bzw. bei fester Einstrahlungsfrequenz ω zu höheren Magnetfeldern. Insbesondere die letzte Bedingung macht deutlich, daß die große Ionenmasse von Caesium für extreme Forderungen an die Meßfrequenz und Plasmaparameter verantwortlich ist.

Das Problem ist, einmal eine solche Kombination von Einstrahlungsfrequenz ω und den Plasmaparametern zu finden, die meßtechnisch und apparativ zugänglich sind, und außerdem die

Dämpfung der Welle so niedrig zu halten, daß eine Ausdämpfung der Resonanzstruktur verhindert wird, d.h. der Quotient aus Stoßfrequenz und Meßfrequenz muß klein gehalten werden:

Man überzeugt sich schnell, daß keine der üblichen experimentellen Parameterkombinationen beide Forderungen erfüllt:
1.) Eine Erhöhung der Meßfrequenz ω führt zwar zu einem günstigeren Wert von ν/ω, schiebt aber schnell die Resonanzfeldstärke aus dem zur Verfügung stehenden Bereich.
2.) Eine Dichteerniedrigung liefert zwar eine geringere Stoßfrequenz, jedoch wird wegen der Dichteabhängigkeit der Resonanz auch in diesem Fall der zugängliche Magnetfeldbereich schnell überschritten. Dieser Effekt läßt sich zwar durch eine Erniedrigung der Meßfrequenzen auffangen, jedoch ist man zu niedrigen Frequenzen wegen der abnehmenden Empfindlichkeit des Schwingkreises zur Impedanzmessung auf Frequenzen $\omega/2\pi$ von wenig mehr als 1 MHz beschränkt. Außerdem wird bei solch niedrigen Meßfrequenzen die Bedingung $\nu/\omega < 1$ verletzt. Bei dieser unteren Frequenzgrenze ist die Bedingung $\omega_{pe}^2 >> \omega_e^2$ noch erfüllt für eine Elektronendichte von $n_e \approx 5 \cdot 10^{10}$ cm^{-3}.
Die hierzu korrespondierende Stoßfrequenz beträgt dann 13 MHz.
Eine geeignete Kombination von Plasma- und Meßparametern läßt sich also in dieser Anordnung nicht finden.

Ein Ausweg bleibt, wenn man die Stoßfrequenzen, wegen der Temperaturabhängigkeit von $\nu \sim T_e^{-3/2}$, durch Heizung der Elektronen erniedrigen kann. Als mögliche Heizverfahren bieten sich zunächst Mikrowellenheizung bei der Elektronen - Zyklotron - Frequenz oder Gleichstromheizung an. Die erste Möglichkeit muß aus konstruktiven und meßtechnischen Gründen verworfen werden. Die Heizung mit Gleichstrom würde axiale Ströme erfordern, die weit über die Belastbarkeit der Emitterplatte hinausgehen.

Eine dritte Heizungsmethode wurde in anderem Zusammenhang von Demirkhanov et al. (D 1) vorgeschlagen. Durch eine hochfrequente Wechselspannung zwischen den beiden Emitterplatten

können die Elektronen aufgeheizt werden. Bei einer HF-Amplitude von 15 V ergeben sich Elektronentemperaturen von einigen eV. Mit dieser Methode wurde die Elektronentemperatur erhöht.

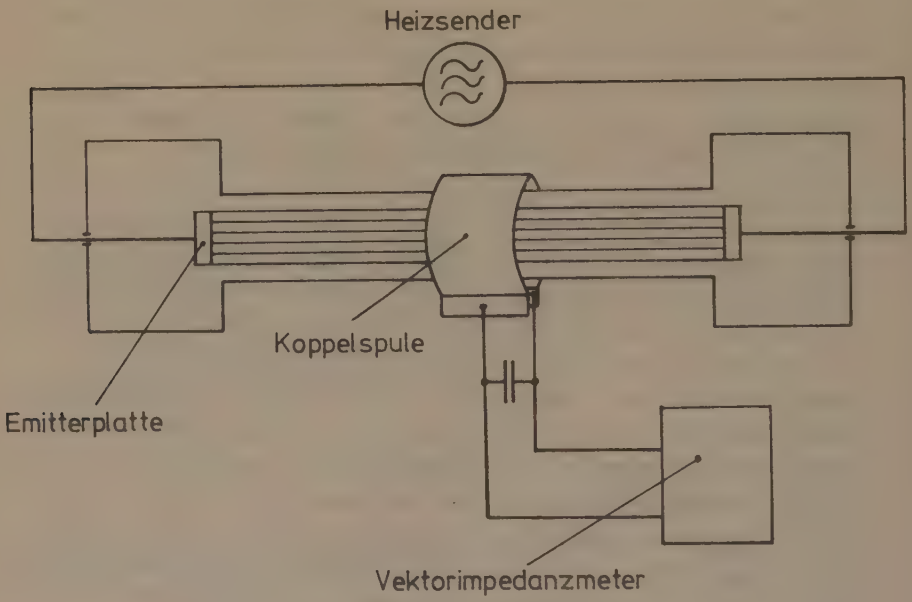


Fig. 17 Axiale HF-Heizung beim Nachweis der Unteren Hybridresonanz

Zum Nachweis der Unteren Hybridresonanz werden daher an die beiden Emitterplatten die Ausgänge eines HF - Senders (Frequenzbereich 23 - 42 MHz) mit variabler Amplitude angelegt (Fig. 17). Auf die Ergebnisse der Messungen wird im zweiten Teil des folgenden Kapitels eingegangen.

V. Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

Nach der Darstellung der theoretischen Modelle und der experimentellen Anordnung sollen in diesem Kapitel die experimentellen Ergebnisse dargelegt und ein Vergleich mit den theoretischen Rechnungen gezogen werden. Dazu wollen wir im ersten Teil die Vorhersagen der beiden Theorien unter den im Versuch relevanten Parametern zusammenfassen. Insbesondere sollen die Aussagen der Theorie bei Änderung solcher Parameter vorgestellt werden, die im Experiment direkt zugänglich sind. Im zweiten Teil werden die experimentellen Ergebnisse dargelegt, getrennt nach den beiden Absorptionsbereichen. Im dritten Teil werden die Ergebnisse diskutiert und mit den theoretischen Erwartungen verglichen.

V. 1. Vorhersagen der beiden theoretischen Modelle

V. 1 a. Unendlich langer Plasmazylinder

Das Absorptionsverhalten, wie es sich aus der Theorie für einen unendlich langen Plasmazylinder ergibt, ist in Fig. 18 dargestellt. Aufgetragen ist der Lastwiderstand R_L in Abhängigkeit von $\omega_o/\omega \sim B_o$. Im Gegensatz zu Fig. 3 sind diese Rechnungen für Parameter durchgeführt, wie sie im Experiment vorliegen insbesondere steigt die Elektronendichte mit dem Magnetfeld von $5 \cdot 10^{10}$ bis $2 \cdot 10^{11}$ cm $^{-3}$ an. Die Ionen- und die Elektronentemperatur sind gleich $T_i = T_e = 2500$ K; die Einkopplungsfrequenz beträgt $\omega/2\pi = 6.8$ MHz. Man sieht, daß unter diesen Bedingungen dieses Modell ein Absorptionsgebiet in der Umgebung der Unteren Hybridresonanz vorhersagt. Auf dem hoch- und niederfrequenten Flügel der Resonanz steigt der Lastwiderstand stark an und bleibt auch im weiteren Verlauf bei hohen Werten. Wegen der niedrigen Dichten treten hier keine radialen Moden auf der niederfrequenten Seite auf.

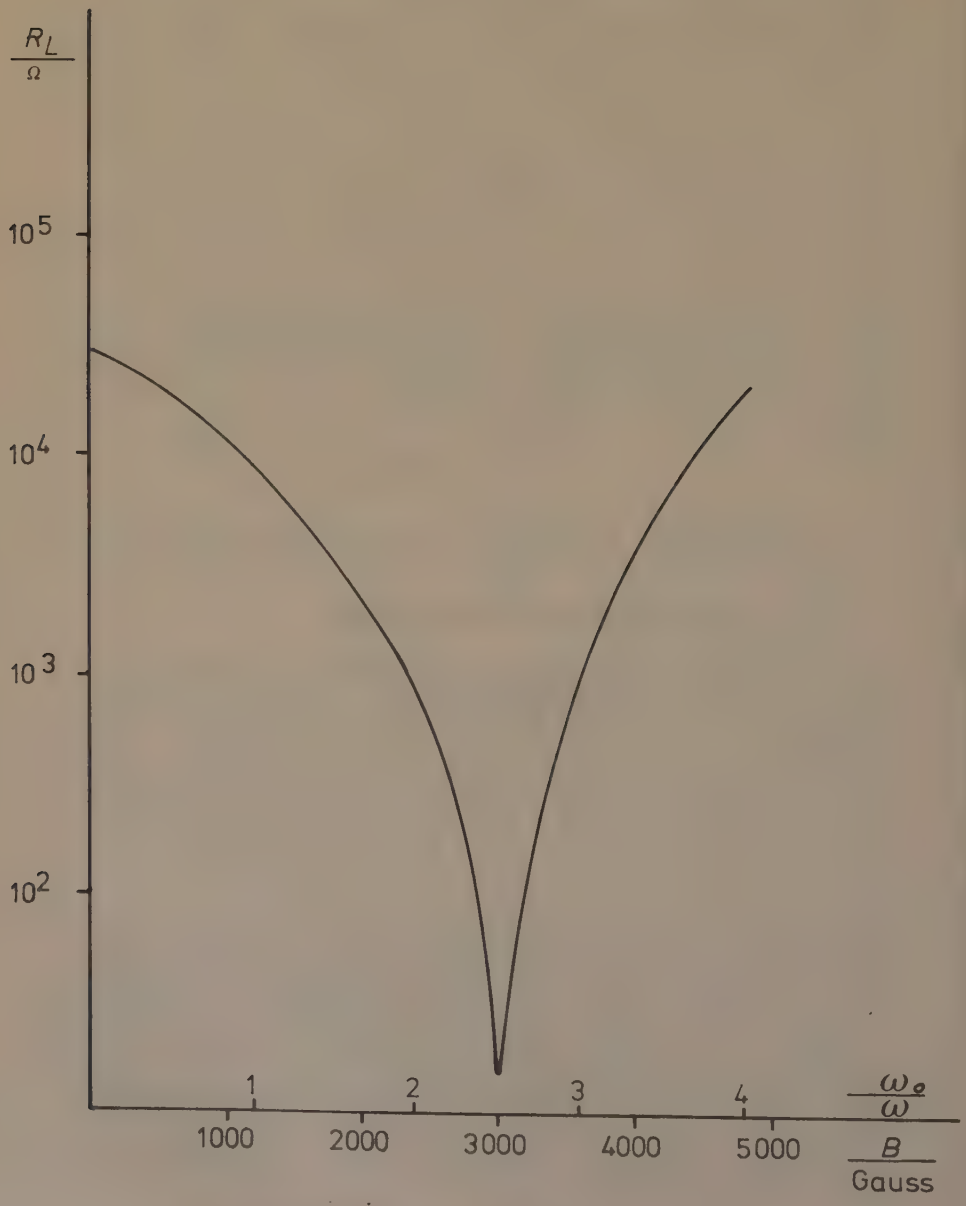


Fig. 18 Lastwiderstand nach der Theorie des axial unendlich ausgedehnten Plasmas

V. 1 b. Endlich langer Plasmazylinder

Einen typischen Verlauf des Lastwiderstandes in Abhängigkeit von ω_o/ω mit denselben Parametern wie in Fig. 18 zeigt Fig. 19. Die Kurve unterscheidet sich deutlich von der in Fig. 18. Hiernach erwartet man zwei Absorptionsgebiete bei $\omega_o/\omega \sim 1.7$ und $\omega_o/\omega \sim 0.3$. Das erste entspricht dem Gebiet um die Untere Hybridresonanz, wie es auch für einen unendlich langen Plasmazylinder vorhergesagt wird. Die Resonanz ist zu $\omega_o/\omega > 1$ verschoben, da die Dichtebedingung $\omega_{pe}^2 >> \omega^2 \cdot \frac{M}{m}$ nicht erfüllt ist. Das zweite ist, wie in Kapitel II beschrieben, durch radiale Moden beeinflußt und wird nur von diesem Modell vorhergesagt. Da die Länge L der Plasmasäule beträchtlich unter der kritischen Länge L_c liegt, sind beide Absoptionsgebiete weit von einander getrennt. Trotzdem erreicht der Lastwiderstand in dem Zwischengebiet nicht so hohe Werte, wie in der konkurrierenden Theorie.

Betrachtet man allgemein nur das hochfrequente Absorptionsgebiet, so zeigt sich, obwohl z.T. eine starke Strukturierung dieses Bereiches vorliegt, daß sich dennoch eine gewisse Relation der Lage der Minima in R_L zu den Plasmaparametern erkennen läßt. Da dieser Bereich mit höheren Einstrahlungsfrequenzen untersucht wird, sind in den folgenden Darstellungen die Meßfrequenzen geändert.

α) Variation der Elektronendichte
Wählt man die Elektronendichte nicht zu hoch, so findet man, daß mit wachsender Dichte eine Verschiebung der Minima im Lastwiderstand zu kleineren Magnetfeldern auftritt. Fig. 20 zeigt Rechnungen für eine Plasmalänge von 50 cm, eine Einkopplungsfrequenz von 50 MHz und Elektronendichten von $3{,}2 \cdot 10^{11}$ cm^3 bzw. $2{,}1 \cdot 10^{11}$ cm^{-3}.

β) Variation der Einkopplungsfrequenz
Fig. 21 zeigt Rechnungen für die Frequenzen $\omega/2\pi$ = 50 und 60 MHz bei Dichten von $2.4 \cdot 10^{11}$ cm^{-3} und einer Länge von

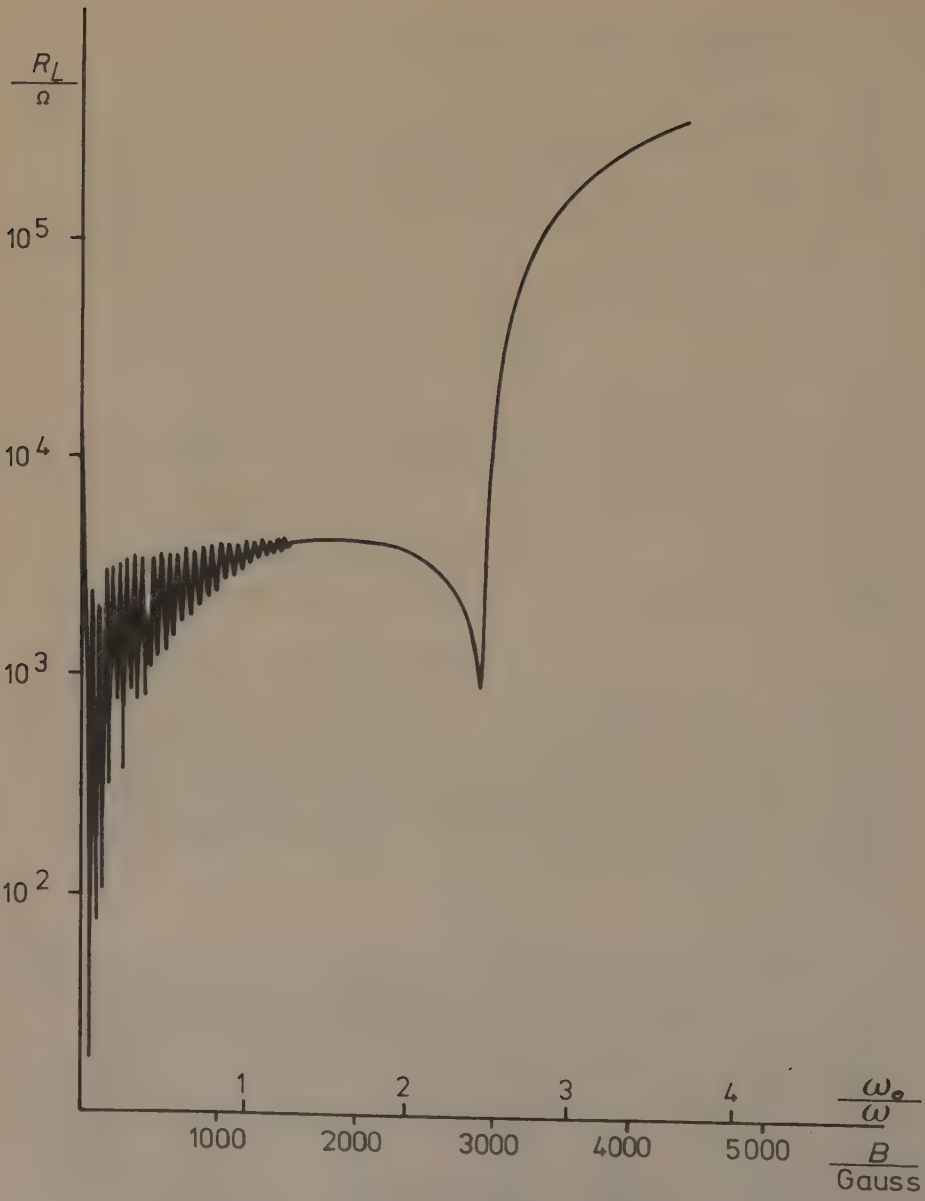


Fig. 19 Lastwiderstand nach der Theorie des axial endlichen Plasmas

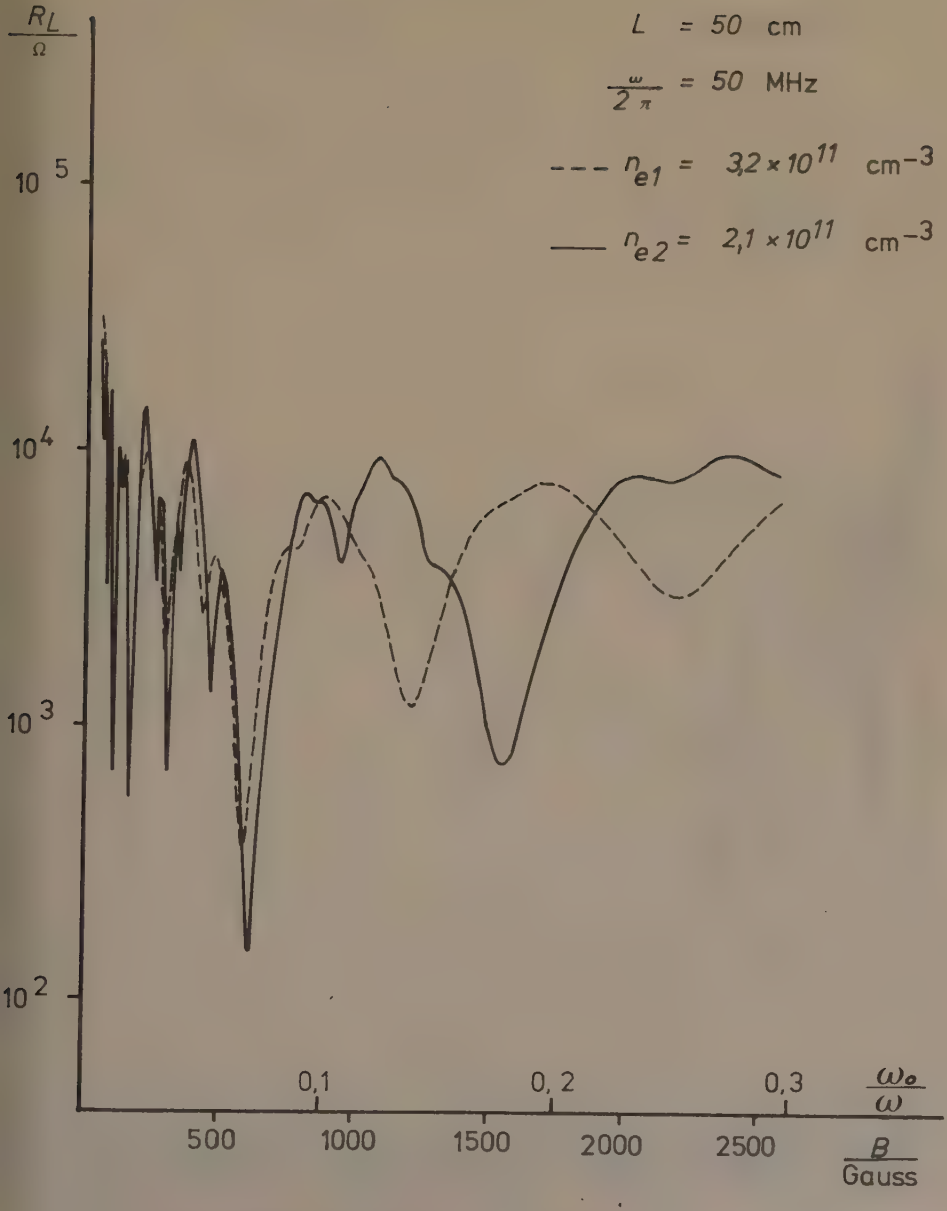


Fig. 20 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Dichten (theoretisch)

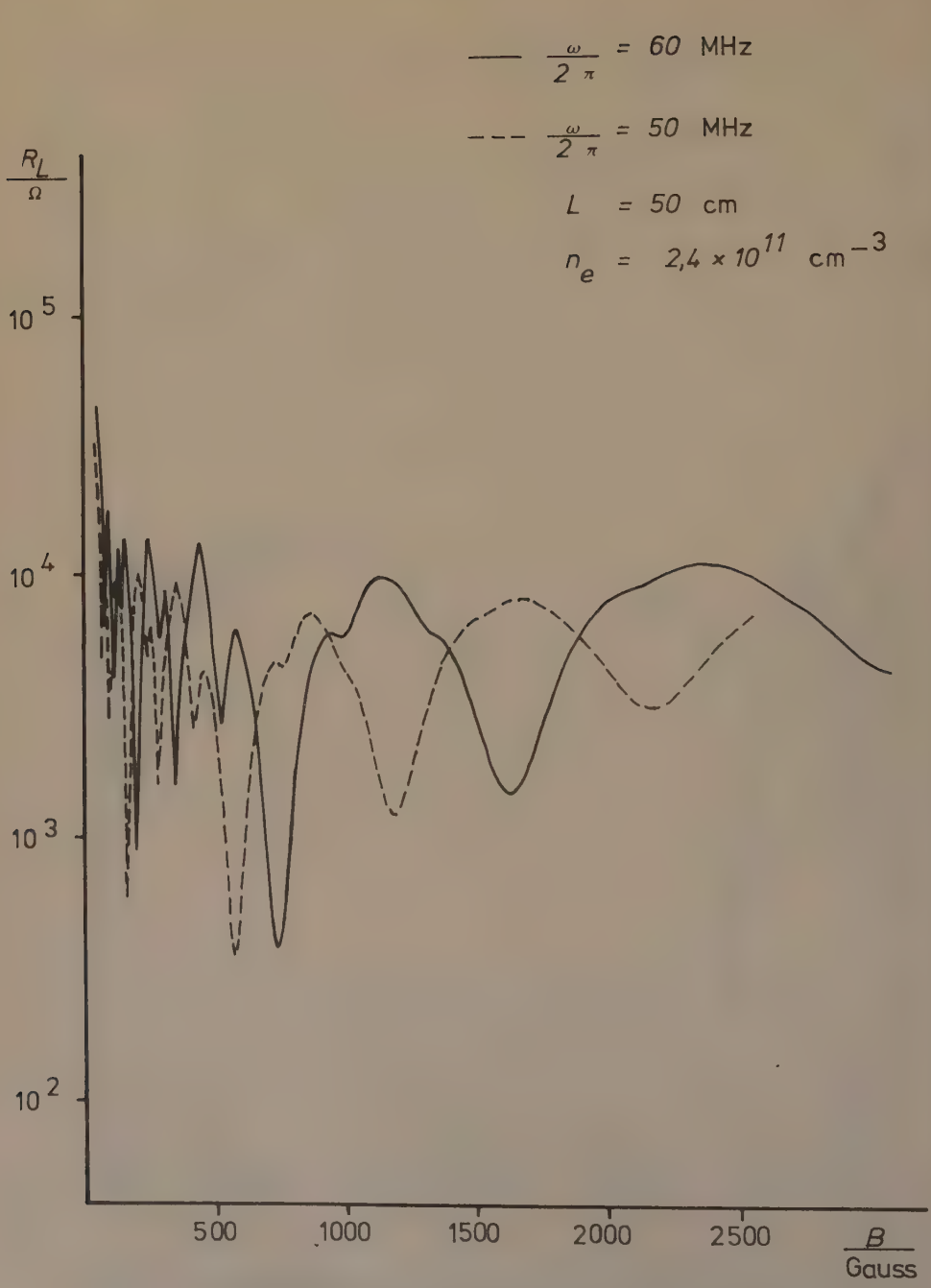


Fig. 21 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Frequenzen (theoretisch)

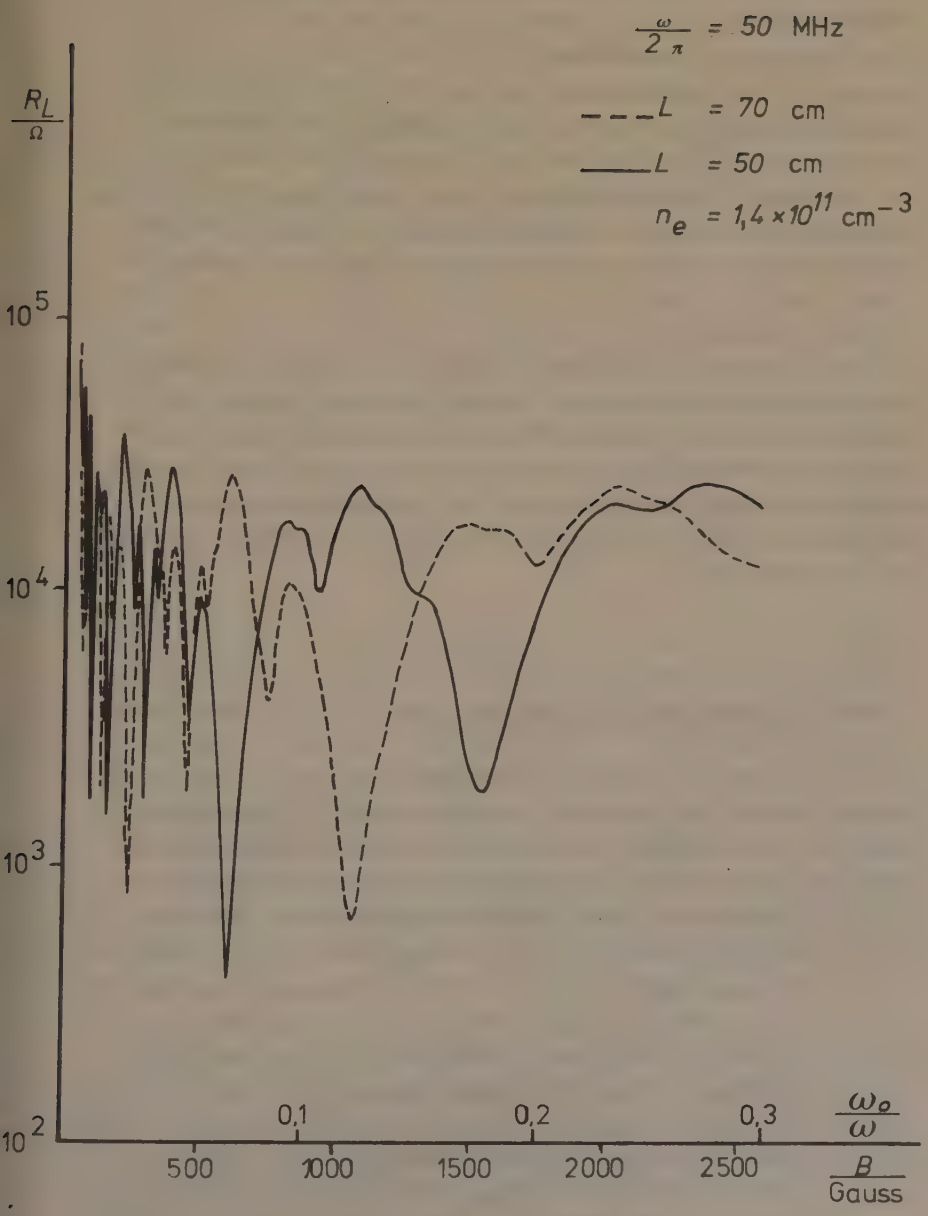


Fig. 22 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Längen (theoretisch)

50 cm. Deutlich ist zu erkennen, daß mit steigender Frequenz korrespondierende Extrema zu höheren Magnetfeldstärken verschoben werden.

γ) Variation der Plasmalänge

Rechnungen für Plasmalängen von 50, 70 und 90 cm mit einer Einkopplungsfrequenz von 50 MHz und einer Elektronendichte, die von $2 \cdot 10^{10}$ bis $1 \cdot 10^{11}$ cm^{-3} ansteigt, sind in Fig. 22 dargestellt. In diesem Bild ist eine Verschiebung der Extrema mit wachsender Länge zu höheren Feldern zu erkennen. Die Pfeile kennzeichnen sich entsprechende Minima im Lastwiderstand.

Der Absorptionsbereich in der Umgebung der Unteren Hybridresonanz unterscheidet sich von dem nach der Theorie der unendlichen langen Plasmasäule im wesentlichen durch den flacheren Verlauf des Lastwiderstandes auf der Seite niedrigeren Magnetfeldes (Fig. 18 und 19); zudem werden hier in keinem Fall geometrische Resonanzen im niederfrequenten Flügel vorhergesagt.

V. 1 c. Folgerungen für die Messungen

Zur Entscheidung, welches der beiden zur Verfügung stehenden Modelle besser geeignet ist zur Beschreibung des Resonanzverhaltens des Plasmas, ist es sinnvoll, einen Bereich auszuwählen, in dem deutliche Unterschiede in der Rechnung auftreten. Dies ist nach dem bisher Dargelegten der hochfrequente Absorptionsbereich. Hier sollte schon allein im Absolutwert des Lastwiderstandes eine Unterscheidung zwischen den beiden Theorien möglich sein. Es wird daher zunächst dieser Bereich mit den notwendigen Parametervariationen untersucht. Einige Messungen an Caesium-Plasmen wurden schon von Breihan (B 5) durchgeführt. Jedoch konnte er nur ganz schwache Strukturen nachweisen; seine Messungen wurden nur bei großen

Elektronendichten vorgenommen, so daß die resultierende hohe Stoßfrequenz zwischen den Elektronen und Ionen sämtliche Strukturen weitgehend ausdämpfte. Daher wird an diese Messungen zu niedrigeren Elektronendichten hin angeschlossen. Es wird untersucht, ob das von der Theorie vorhergesagte Verhalten bei Variation der Versuchsparameter bestätigt werden kann. Es soll zwar versucht werden, Tendenzen bei den beobachteten Verschiebungen von Extrema durch Variation eines Parameters mit den aus dem SOS Modell vorhergesagten zu vergleichen. Freilich darf nicht erwartet werden, daß jedes von der Theorie vorhergesagte Extremum im Lastwiderstand in diesem Absorptionsbereich in der Messung wiedergefunden wird, da das Modell von idealen Bedingungen ausgeht, die im Experiment nicht erfüllt werden. Entscheidender ist vielmehr die Frage, ob neben der Tendenz in der Verschiebungsrichtung vor allem der weit niedrigere Lastwiderstand in diesem Absorptionsgebiet gefunden wird. Nach dem einfachen Modell ist ein unstrukturierter hoher Lastwiderstand zu erwarten.

Eine gesicherte Entscheidung zugunsten der einen oder anderen Theorie kann dann erzielt werden, wenn auch der zweite Absorptionsbereich in der Umgebung der Unteren Hybridresonanz vermessen werden kann. Es muß daher, falls das SOS Modell eine bessere Beschreibung des Resonanzverhaltens im hochfrequenten Bereich ergibt, versucht werden, beide Absorptionsbereiche nebeneinander nachzuweisen. Ein Nachweis der Unteren Hybridresonanz in Caesium-Plasmen ist bisher nicht gelungen, so daß für ihren Nachweis besondere Anstrengungen unternommen werden.

V. 2. Messungen im hochfrequenten Absorptionsbereich

Nach der Vorstellung der theoretischen Erwartungen sollen nun die Meßergebnisse dargelegt werden. Zunächst betrachten wir den hochfrequenten Absorptionsbereich. In Fig. 23 ist

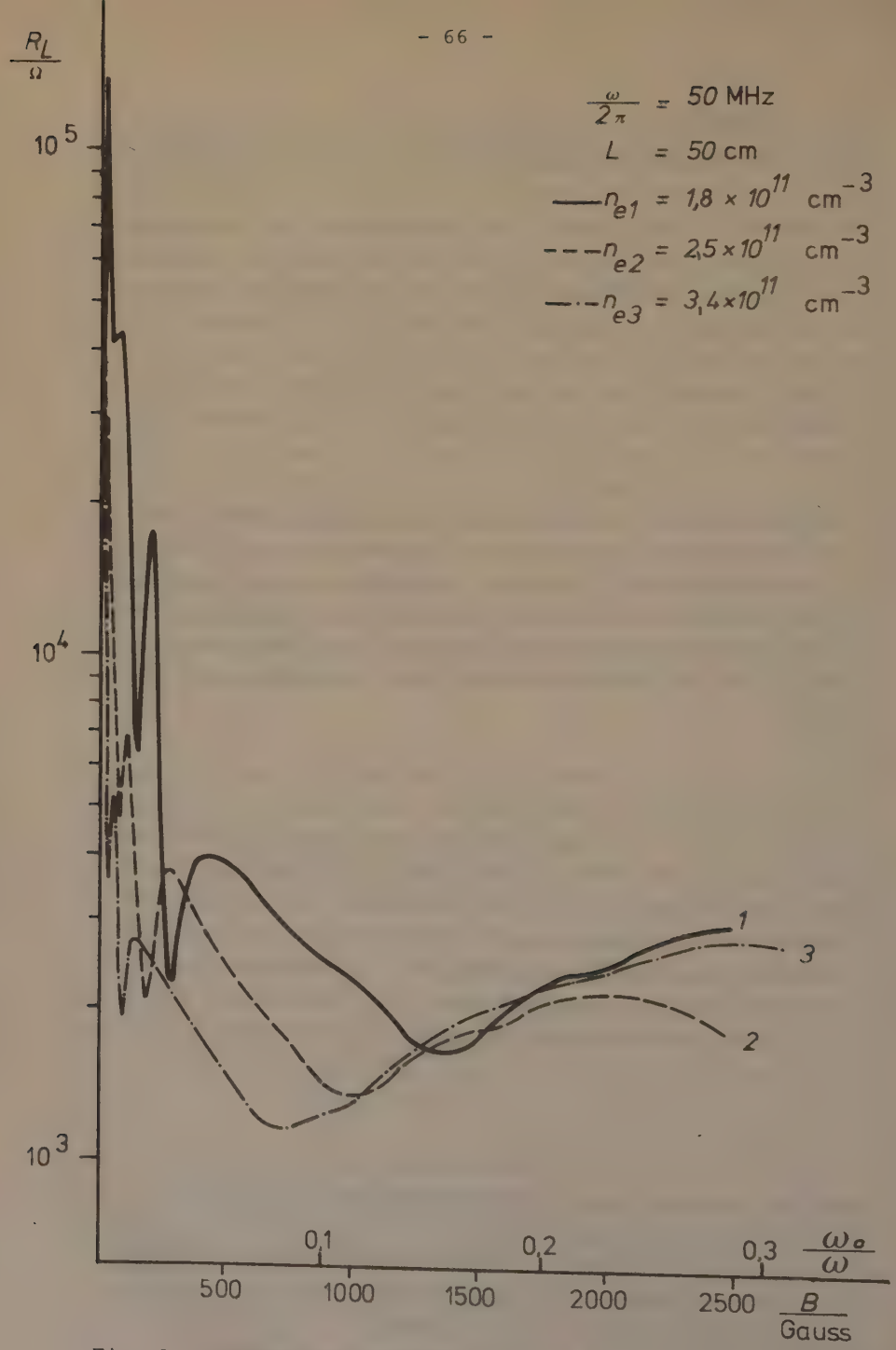


Fig. 23 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Dichten (experimentell) 50 MHz

für drei verschiedene Elektronendichten der Lastwiderstand im logarithmischen Maßstab gegen das äußere Magnetfeld aufgetragen. Da es meßtechnisch einfacher ist, die Frequenz konstant zu halten, wird zur Ausmessung des Absorptionsbereiches das Magnetfeld durchgefahren. Dies führt zu einer Dichteerhöhung mit steigendem Magnetfeld in einer Weise, wie es in Fig. 15 gezeigt wird. In den Abbildungen wird daher als Bezugspunkt die Dichte beim höchsten Magnetfeld angegeben.

Der Verlauf aller drei Meßkurven zeigt, daß der Lastwiderstand bei kleinen Feldstärken auf Werte von ca. 1 kOhm abfällt. Die Absorption steigt also stark an. Die Kurven sind mehrfach strukturiert; in jeder Lastwiderstandskurve sind deutlich drei Minima zu erkennen, die sich mit geringerer Dichte zu höheren Magnetfeldern verschieben.

Dieses Ergebnis zeigt einmal, daß ein hochfrequenter Absorptionsbereich existiert, wie er nur von der Theorie des endlich langen Plasmas vorhergesagt wird. Außerdem wird die Verschiebung mit der Elektronendichte in der vorherberechneten Weise bestätigt.

Eine Erklärung für dieses Verhalten des Lastwiderstandes läßt sich aus der Betrachtung der Brechungsindizes gewinnen. Eine Erhöhung der Elektronendichte führt zu einer Vergrößerung und zu einem steileren Anstieg der Brechungsindizes bei kleinem Magnetfeld. Dadurch werden schon bei niedrigeren Feldstärken derartige Bedingungen erreicht, daß radiale Moden auftreten können.

In Fig. 24 ist die Elektronendichte weiter erniedrigt. Die Strukturen sind weit zu höheren Magnetfeldern verschoben, was zu einer feineren Aufspaltung des ursprünglichen Minimums auf der Flanke des Lastwiderstandes führt.

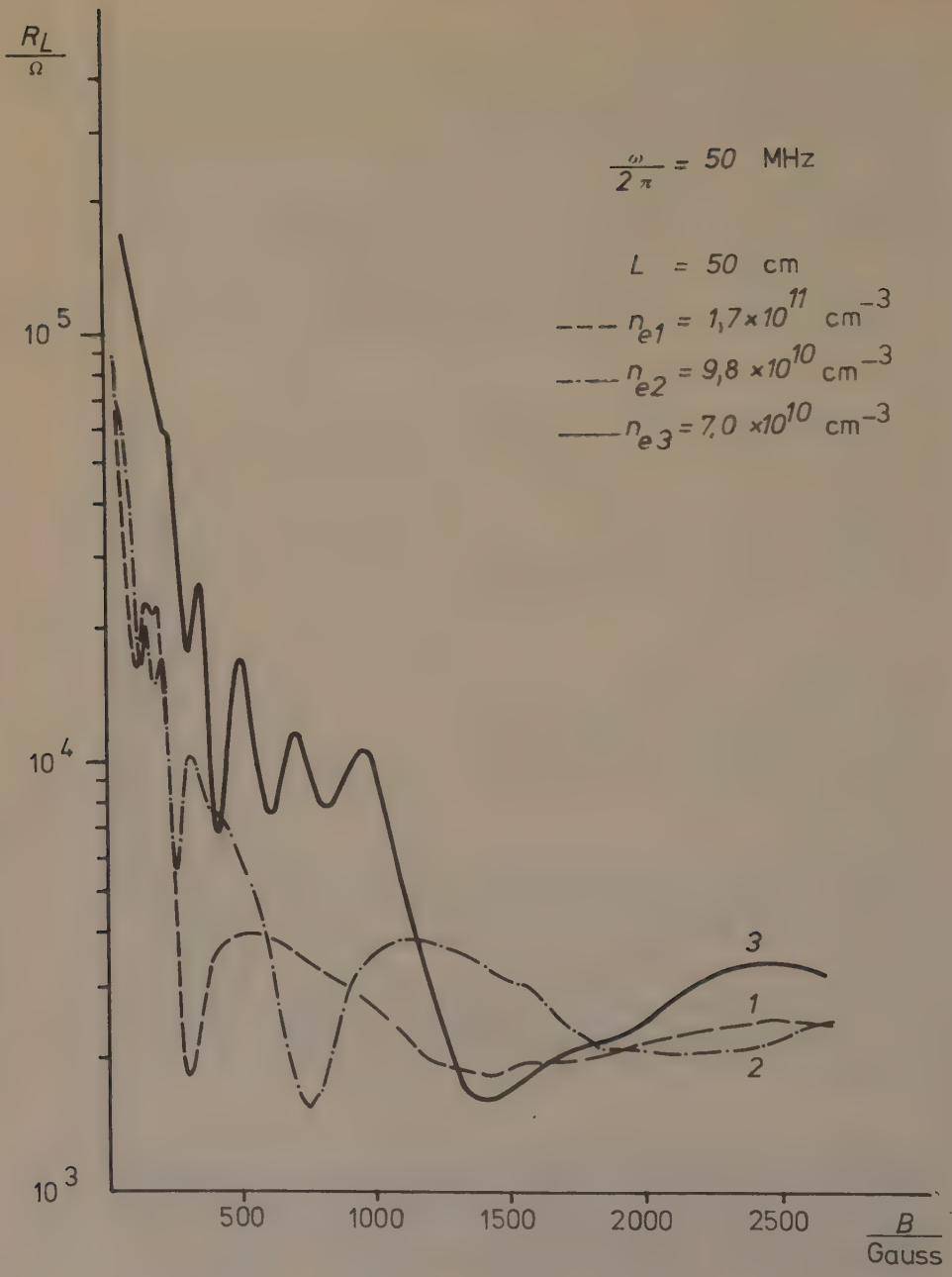


Fig. 24 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Dichten (experimentell) 50 MHz

Die von der Theorie vorausgesagte Dichteverschiebung ist nicht auf bestimmte Kombinationen von Plasmalänge und Einkopplungsfrequenz beschränkt. Die Fig. 25 und 26 zeigen vielmehr, daß auch bei anderen Frequenzen bzw. Längen die Dichteverschiebung in der richtigen Richtung gemessen wird.

Ebenso wie sich die erwartete Tendenz der Verschiebung der Strukturen mit veränderter Dichte beobachten läßt, findet man auch bei Variation der Einkopplungsfrequenz Verschiebung in der theoretisch erwarteten Richtung. In Fig. 27 sind die Lastwiderstandskurven für die Frequenzen von 30 MHz, 50 MHz und 60 MHz bei einer Plasmalänge von 90 cm aufgetragen. Die Minima in der 30 MHz - Kurve liegen sämtlich bei den niedrigsten Feldstärken, die in der 60 MHz - Kurve bei den jeweils höchsten. Es erfolgt also eine Verschiebung der Strukturen mit steigender Frequenz zu höheren Magnetfeldern.

Die Erklärung für diesen Effekt ist relativ einfach: Bei höheren Einstrahlungsfrequenzen findet man die Untere Hybridresonanz bei größeren Magnetfeldern. Demgemäß reicht, bei sonst gleichen Plasmaparametern, auch der hochfrequente Absorptionsbereich bis zu höheren Magnetfeldern. Es findet somit in einer Magnetfeldskala eine Aufspreizung des Bereiches und eine Verschiebung der Strukturen statt.

Fig. 28 bestätigt diesen Effekt noch einmal für eine Plasmalänge von 50 cm und eine Elektronendichte von $n_e = 2.6 \cdot 10^{11} cm^{-3}$. Auch hier bewirkt eine Frequenzerhöhung eine Verschiebung zu hohen Feldstärken.

Durch den Nachweis der Frequenzverschiebung wird ein zweites Mal unterstrichen, daß das Modell für einen endlich langen Plasmazylinder der konkurrierenden Theorie vorzuziehen ist.

Dies wird noch deutlicher, wenn man die Ergebnisse betrachtet, die sich bei Variation der Plasmalänge ergeben. Fig. 29 zeigt Messungen bei einer Frequenz von 60 MHz und Plasmalängen von 50 cm, 70 cm und 90 cm. Eindeutig läßt sich eine Verschiebung

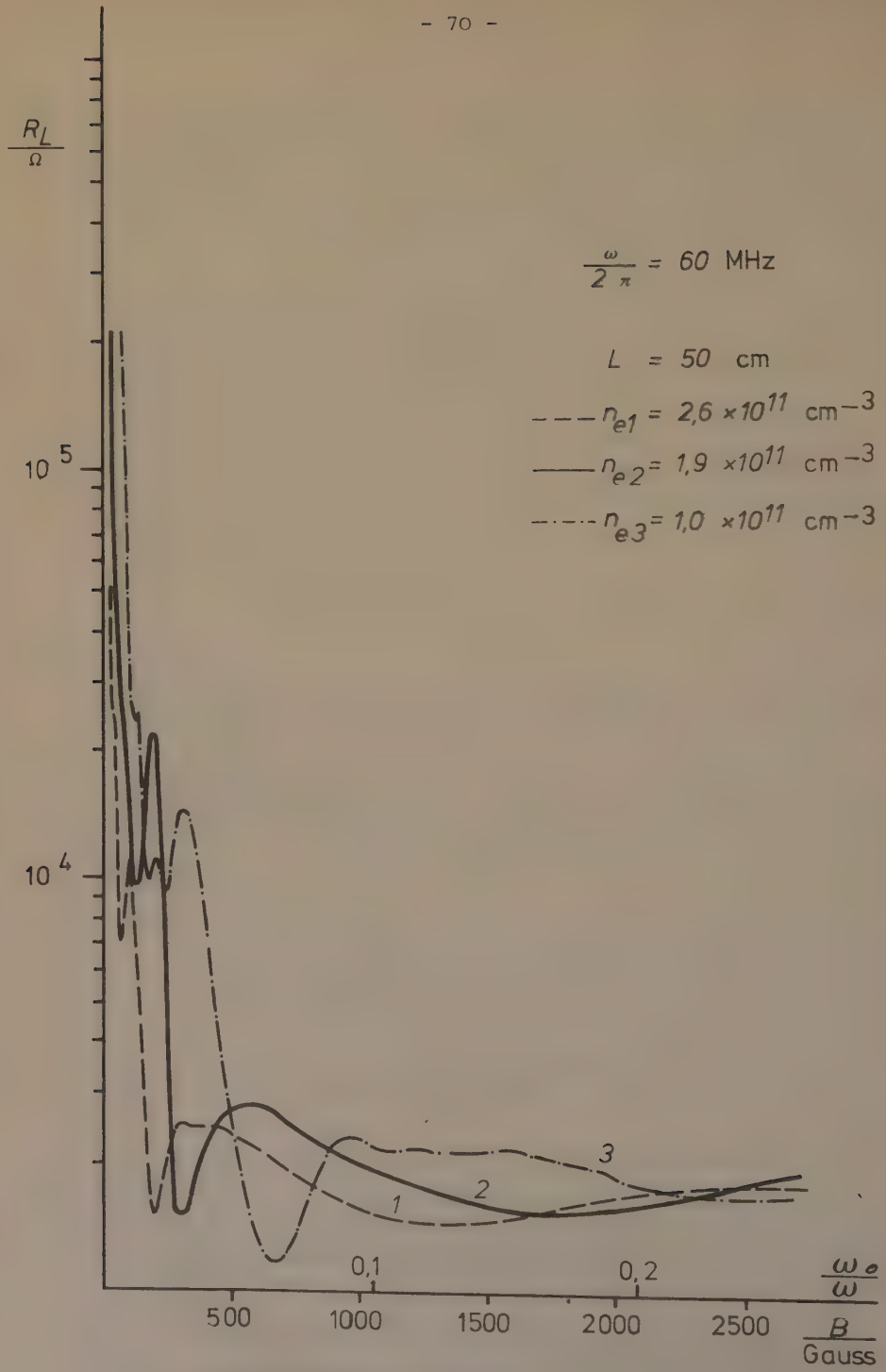


Fig. 25 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Dichten (experimentell) 60 MHz

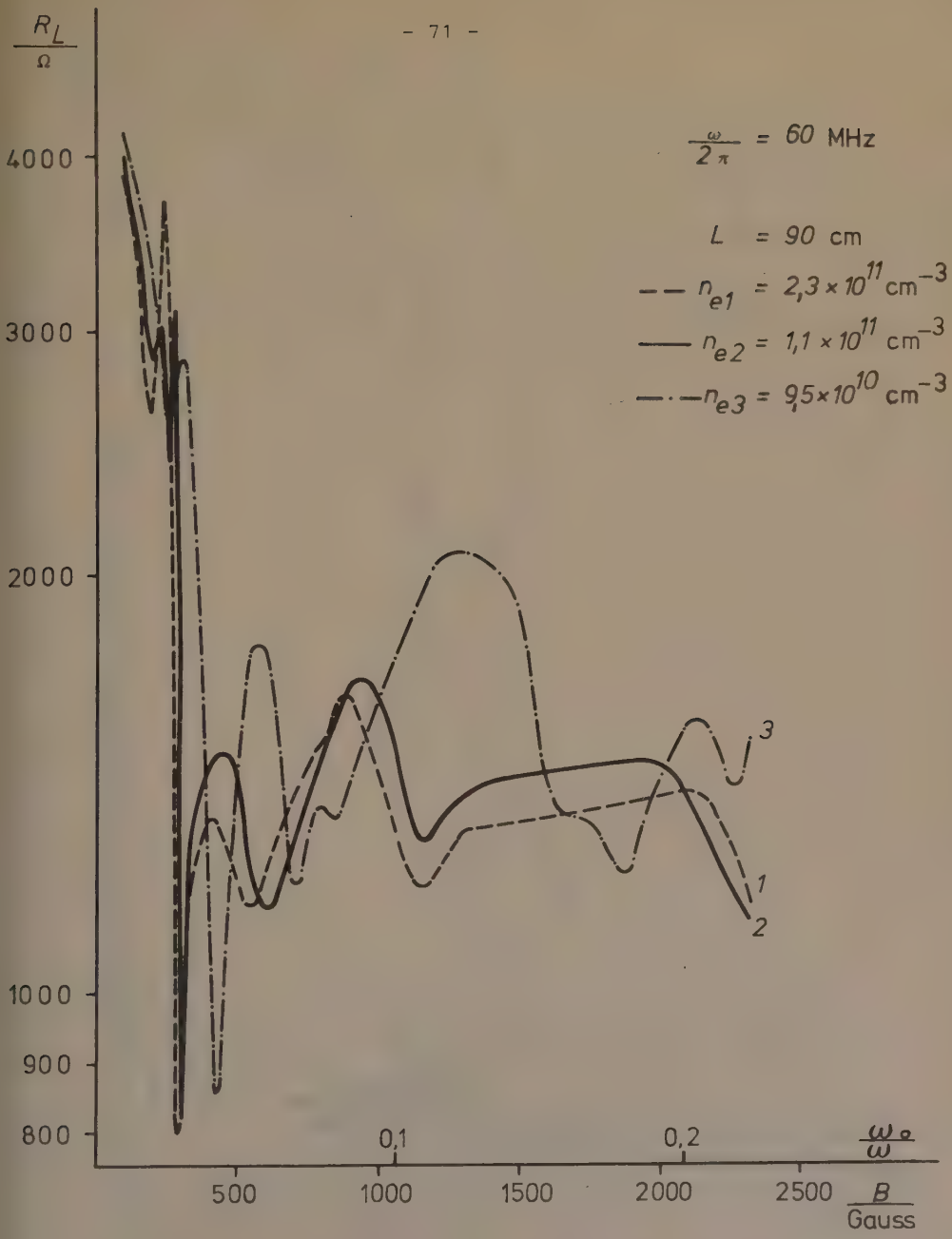


Fig. 26 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Dichten (experimentell) L = 90 cm

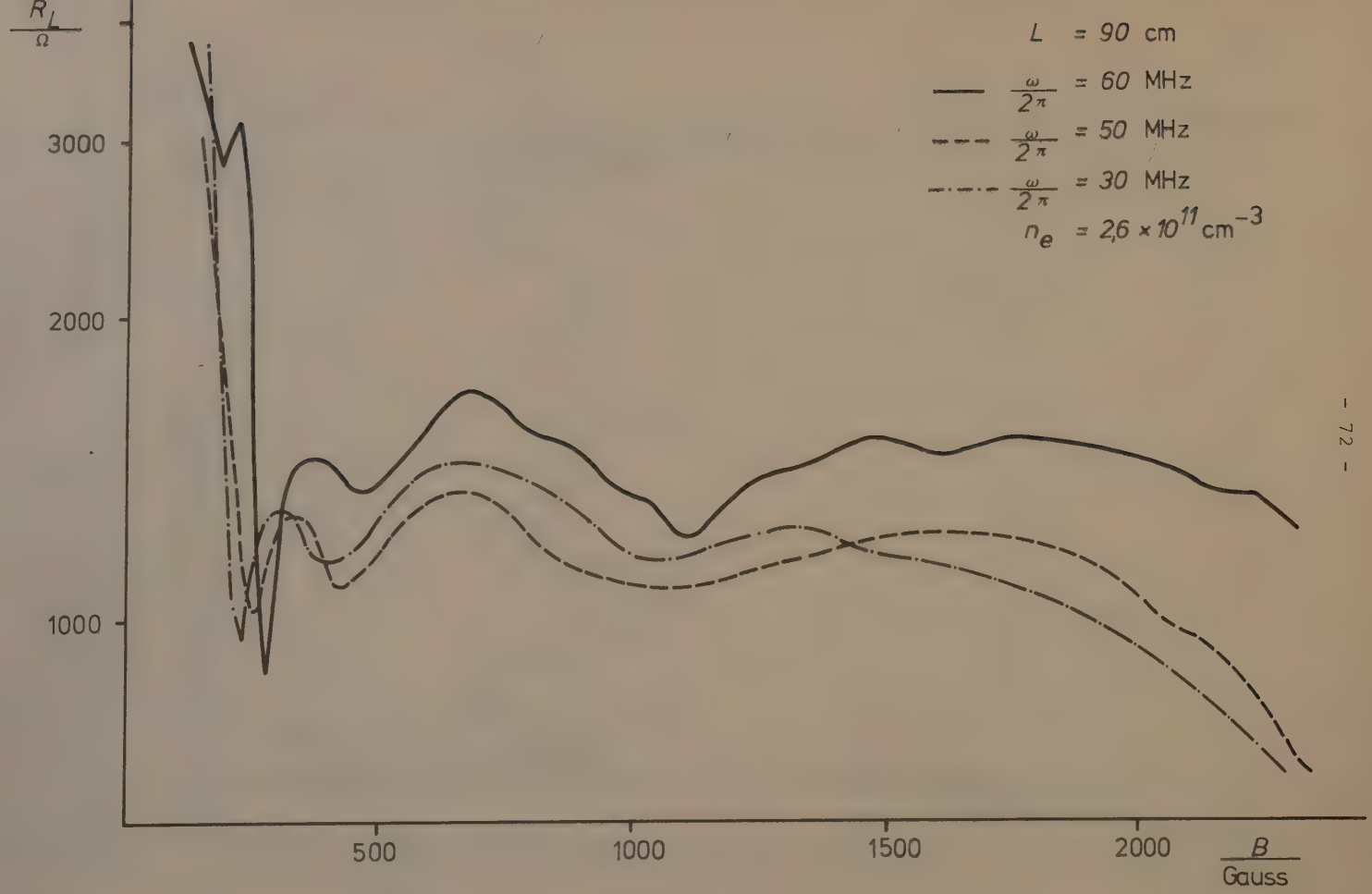


Fig. 27 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Frequenzen (experimentell) L = 90 cm

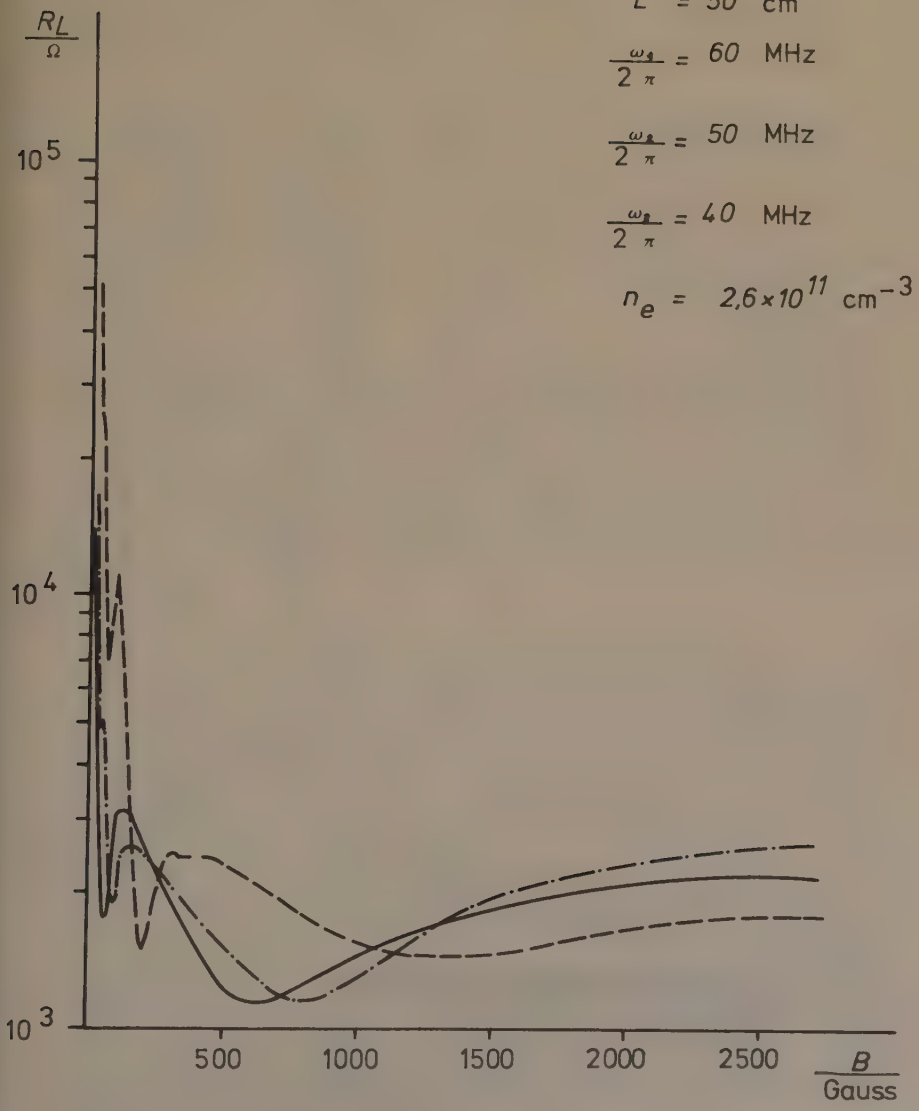


Fig. 28 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Frequenzen (experimentell) L = 50 cm

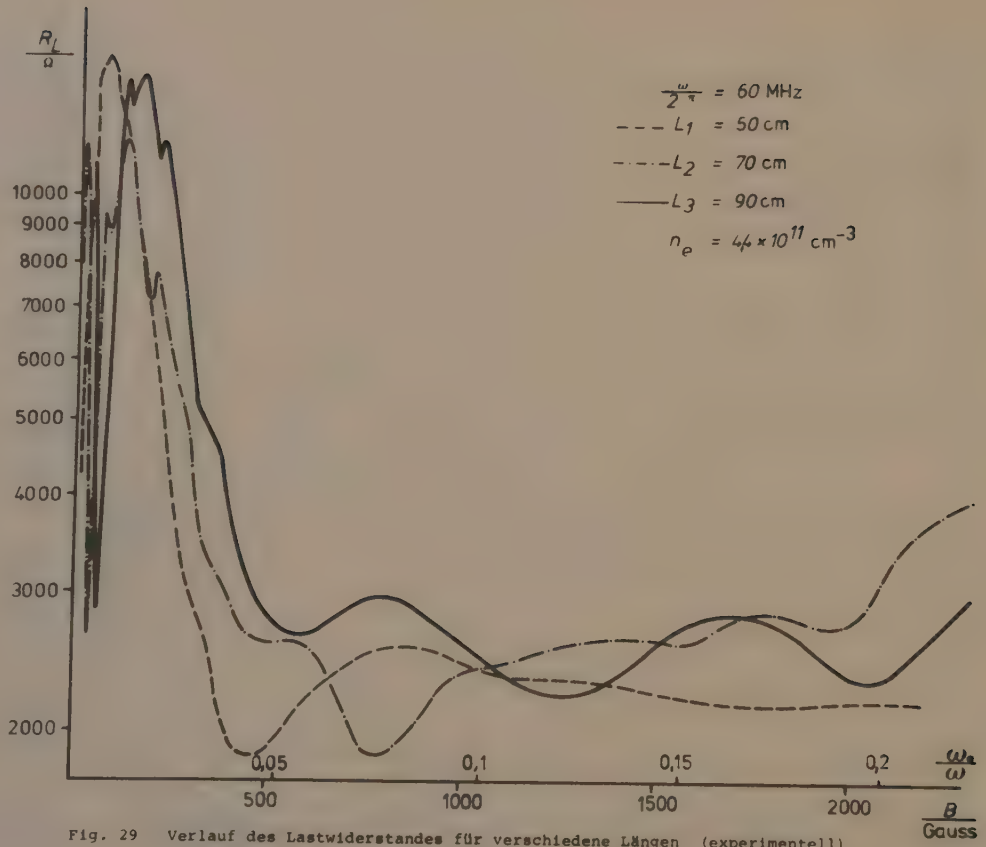


Fig. 29 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Längen (experimentell)

der Strukturen zu höheren Magnetfeldern mit größerer Länge feststellen. Außerdem ist die Lastwiderstandskurve für eine Länge von 90 cm stärker strukturiert als die für die kleineren Plasmalängen. Beide Vorhersagen der Theorie finden sich auch hier bestätigt.

Die Verschiebung der Strukturen mit der Plasmalänge resultiert aus dem Verhalten der Brechungsindizes, wie schon in Kapitel II erläutert. Mit wachsender Länge schiebt sich der hochfrequente Absorptionsbereich in Richtung auf die Untere Hybridresonanz, d.h. zu höheren Magnetfeldern. Dementsprechend verlagern sich auch die Strukturen in dieselbe Richtung.

In allen überprüfbaren Fällen werden somit die vom Modell für ein Plasma endlicher Länge vorhergesagten Tendenzen gefunden. Ein Effekt für sich allein mag noch keine Bestätigung für die Anwendbarkeit dieses Modells sein. Durch die Häufung der bestätigten Tendenzen wird jedoch unterstrichen, daß nur durch die Berücksichtigung der endlichen Länge eines Plasmas eine dem Experiment angemessene Beschreibung gewonnen werden kann.

Vor allem aber zeigt ein direkter Vergleich zwischen Messung und Theorie (Fig. 30), daß nicht nur die tendenzmäßige, sondern auch die quantitative Übereinstimmung ist: Nur die Theorie des axial endlichen Plasmas liefert die richtige Größenordnung des Lastwiderstandes. In dieser Darstellung ist für eine Plasmalänge von 90 cm, einer Einkopplungsfrequenz von $\omega/2\pi$ = 60 MHz und einer Elektronendichte von $n_e = 3 \cdot 10^{11}$ cm^{-3} zusätzlich zu der Meßkurve (-.-.-.-) der mit diesen Parametern berechnete Lastwiderstand (————) aufgetragen. Die Theorie liefert zwar im gesamten Bereich höhere Widerstände als die Messung und zeigt einen stärker strukturierten Verlauf, doch kann, wie schon weiter oben vermerkt, nicht erwartet werden, daß im Experiment sämtliche Feinheiten des Modelles wiedergefunden werden können. Man erkennt jedoch deutlich, daß die groben Strukturen wiedergegeben werden, wenn auch zum Teil

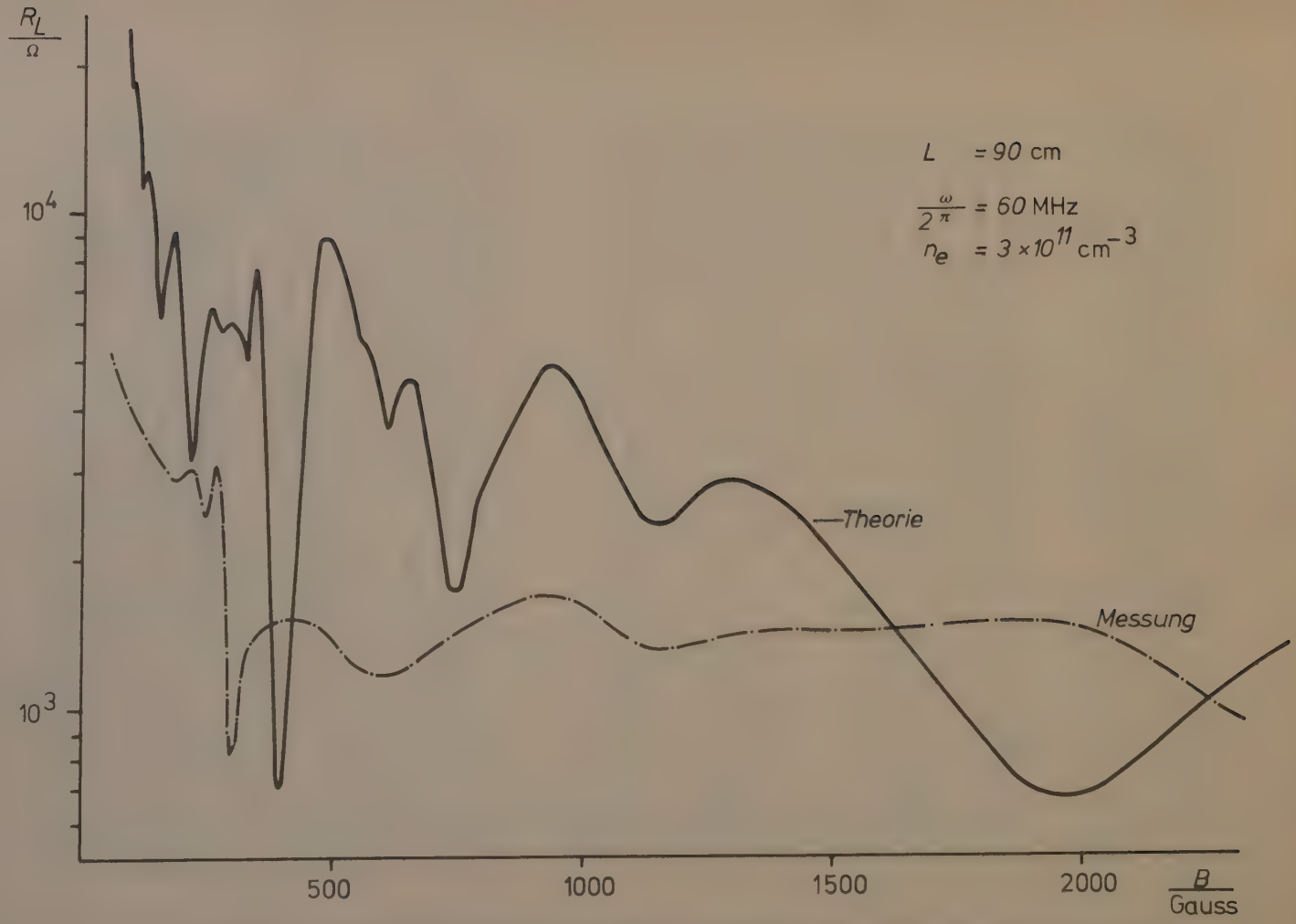


Fig. 30 Verlauf des Lastwiderstandes theoretisch (———) und experimentell (-·-·-)

bei abweichenden Magnetfeldern. Der Vergleich mit der Theorie für einen unendlich langen Plasmazylinder versagt in diesem Absorptionsbereich. Die Lastwiderstandskurve für diese Theorie liegt um 2 Größenordnungen höher als die Meßkurve und verläuft in dieser Darstellung als unstrukturierte Linie weit außerhalb des Diagramms.

Die bisher dargelegten Ergebnisse unterstützen daher die Annahme, daß das Modell für ein Plasma endlicher Länge den Einfluß der Plasmalänge richtig berücksichtigt und daß die konkurrierende Theorie in diesem Absorptionsbereich versagt. Während bei leichten Ionen der Einfluß der endlichen Länge im allgemeinen nicht so gravierend ist, ergeben sich bei schweren Ionen wie Caesium erhebliche Abweichungen. Trotz dieser eindeutigen Favorisierung wird eine Untersuchung auch des zweiten Absorptionsbereiches in der Umgebung der Unteren Hybridresonanz die Anwendbarkeit dieser Theorie bestätigen und untermauern.

V. 3. Nachweis der Unteren Hybridresonanz

Die Untersuchung des Absorptionsbereiches in der Umgebung der Unteren Hybridresonanz war bisher nicht möglich, da ein Nachweis dieser Resonanz in einem Caesiumplasma noch nicht gelungen ist. Wie in Kapitel IV bereits erläutert, überdämpft die hohe Elektronen - Ionen - Stoßfrequenz unter normalen Betriebsbedingungen die Resonanz. Daher wird durch axiale Wechselfeldheizung versucht, durch Erhöhung der Elektronentemperatur die Stoßfrequenz zu erniedrigen. Außerdem muß die Frequenz der eingekoppelten Welle auf 3 MHz bis 7 MHz erniedrigt werden, um die Resonanz in den zur Verfügung stehenden Magnetfeldbereich zu verlagern. Dadurch verschlechtert sich zwar auch die Güte des Nachweissystems, jedoch kann die erwartete Resonanz noch in ausreichender Schärfe nachgewiesen werden. Zunächst wurde bei diesen Ein-

kopplungsfrequenzen ohne Heizung der Elektronen gemessen. Es zeigte sich, daß der Lastwiderstand sehr hoch und unstrukturiert war. Nach Einschalten des Heizsenders und stetiger Erhöhung der Amplitude des axialen Wechselfeldes bildet sich zunächst der hochfrequente Absorptionsbereich aus (Kurve 1, Fig. 31). Der Anstieg des Lastwiderstandes bei hohen Magnetfeldern ist zunächst zwar relativ flach, doch eine weitere Amplitudenerhöhung (Kurve 2, Fig. 31) läßt auch die Untere Hybridresonanz deutlich hervortreten. In der hier dargestellten Meßkurve liegt das Minimum im Lastwiderstand bei einer Magnetfeldstärke von 1370 Gauß. Eine Überprüfung, ob es sich bei dieser Absorptionsstelle wirklich um die Untere Hybridresonanz handelt, ergibt sich aus dem Vergleich mit der theoretischen Resonanzlage.

Nach Gleichung (19) ist die Lage der Resonanz abhängig von der Elektronendichte im Plasma

$$\omega^2 = \omega_o^2 \; \frac{\omega_o^2 + \omega_{pe}^2}{\omega_e^2 + \omega_{pe}^2}$$

Nur bei hohen Dichten $\omega_{pe}^2 >> \omega_e^2$ bzw. $\omega_{pe}^2 >> \frac{M}{m}\,\omega^2$ liegt sie beim geometrischen Mittel von Ionen- und Elektronenzyklotronfrequenz

$$\omega^2 = \omega_e\,\omega_i = \omega_o^2$$

Wenn diese Bedingungen verletzt sind, verschiebt sich die Resonanz in Richtung auf die Ionen - Zyklotron - Resonanz bzw. zu höheren Magnetfeldern. Mit der bei dieser Messung benutzten Meßfrequenz von $\omega/2\pi = 3.3$ MHz entspricht der Stelle $\omega_o/\omega = 1$ eine Magnetfeldstärke von $B = 600$ Gauß. Für die gemessene Elektronendichte von $n_e = 4.2 \cdot 10^{10}\ cm^{-3}$ berechnet sich die Magnetfeldstärke, bei der Resonanz eintritt, zu B = 1250 Gauß. Dies stimmt gut mit dem gemessenen Wert von 1370 Gauß überein, wenn man berücksichtigt, wie empfindlich die Resonanzstelle in diesem Dichtebereich von der Elektronendichte abhängt und mit welch relativ großer Ungenauigkeit die Dichtemessung behaftet ist. Zur Verdeutlichung

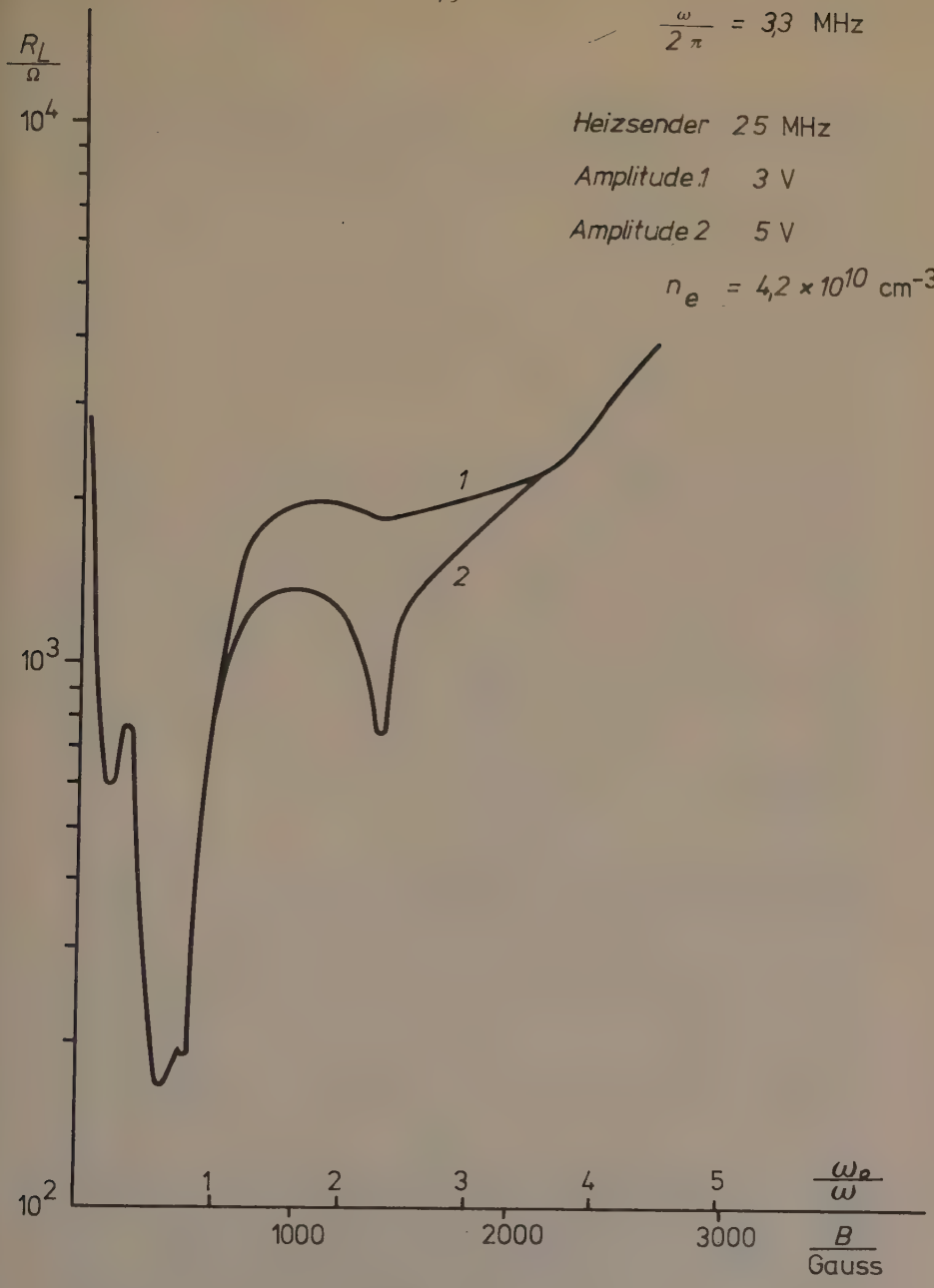


Fig. 31 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Stoßfrequenzen (experimentell)

der guten Übereinstimmung kann man aus der gemessenen Resonanzlage die Elektronendichte bestimmen, was zu einem Wert von $n_e = 4.0 \ 10^{10} \ cm^{-3}$ führt, d.h. einer Abweichung von der gemessenen Dichte um 5 %. Diese Übereinstimmung liegt innerhalb der Meßgenauigkeit.

Gerade diese starke Verschiebung der Resonanzstelle mit der Elektronendichte kann als weiterer Nachweis dafür dienen, daß es sich bei dieser Absorptionsstelle tatsächlich um die Untere Hybridresonanz handelt. In Fig. 32 sind für eine Meßfrequenz von 3.3 MHz und eine Frequenz des Heizsenders von 25 MHz zwei Lastwiderstandskurven bei unterschiedlicher Elektronendichte dargestellt. Man erkennt deutlich, daß durch die niedrigere Elektronendichte die Resonanz - nunmehr auch schärfer wegen der kleineren Stoßfrequenz - zu höheren Magnetfeldern verlagert wird. Auch quantitativ ist die Übereinstimmung zwischen gemessener und berechneter Resonanzlage durchaus befriedigend: Aus den gemessenen Elektronendichten von $n_e = 4.2 \cdot 10^{10} \ cm^{-3}$ bzw. $n_e = 3.7 \cdot 10^{10} \ cm^{-3}$ berechnen sich die Resonanzfeldstärken zu 1250 Gauß bzw. 1800 Gauß, während die Messungen 1370 Gauß bzw. 1940 Gauß liefern.

Trotz dieser beiden deutlichen Hinweise auf die Existenz der Unteren Hybridresonanz in einem Caesiumplasma bleibt nicht auszuschließen, daß durch eventuelle meßtechnische Fehler, wie z.B. ein nicht überschaubarer Kopplungseffekt vom Heizsender mit der Nachweisanordnung, eine vermeintliche Resonanzstelle hervorgerufen wird. Um dies auszuschließen, wird mit unterschiedlichen Heiz- und Meßfrequenzen der Lastwiderstand ausgemessen. Fig. 33 zeigt drei Messungen mit einer Meßfrequenz von 4.75 MHz und einer Frequenz des axialen Wellenfeldes von 37 MHz. Alle drei Kurven werden nacheinander innerhalb weniger Minuten gewonnen. Unter ansonsten gleichen Meßbedingungen wird die Heizung des Caesiumofens unterbrochen, woraus ein zeitlich langsam abklingender Neutralteilchenstrom auf die Emitterplatte und somit eine abnehmende Dichte im Plasma resultiert. Während dieser Abkühlungsphase wird die Resonanzkurve dreimal ausgemessen. Man erkennt deutlich, daß sich die

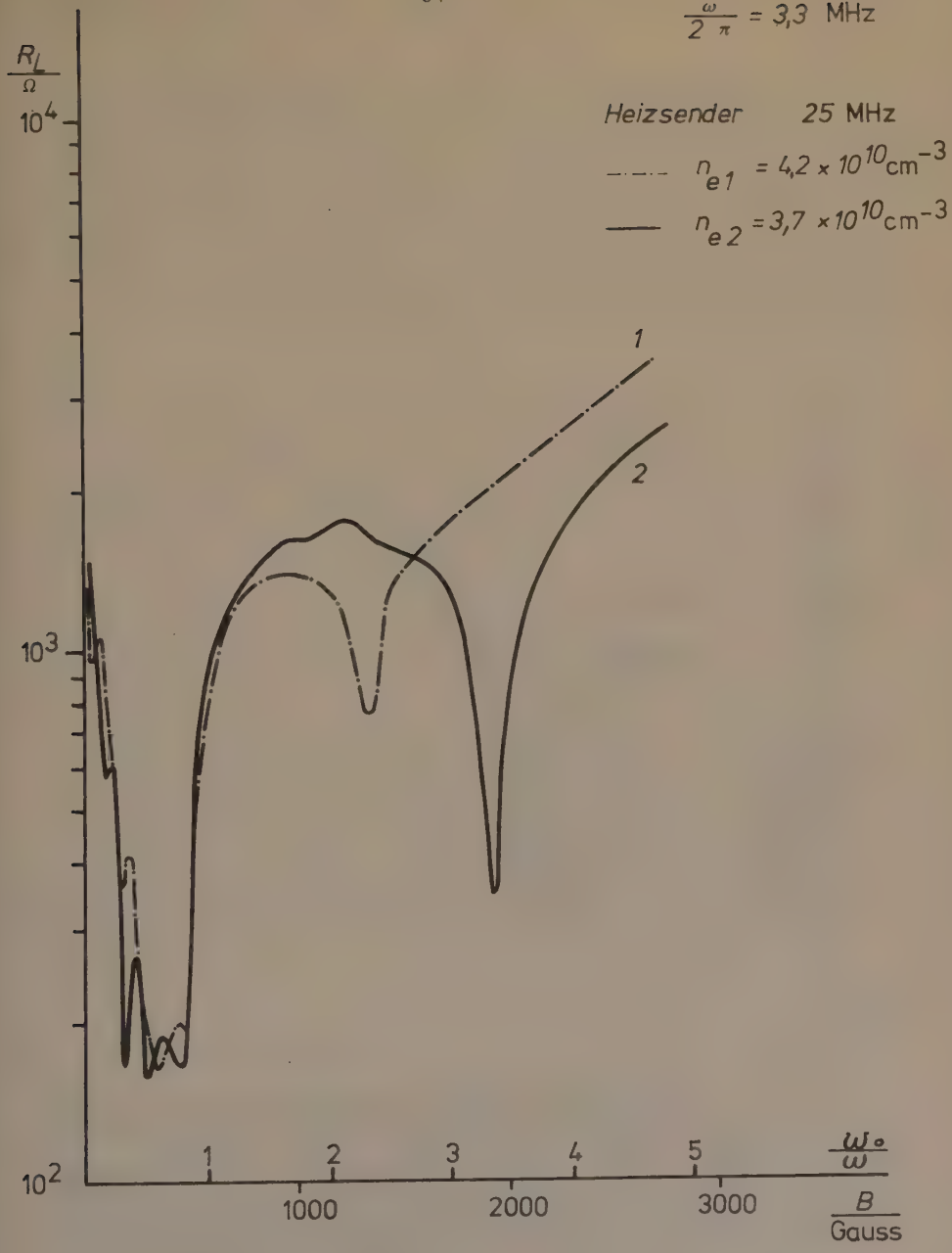


Fig. 32 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Dichten
VIM-Einstrahlungsfrequenz 3,3 MHz

$\frac{\omega}{2\pi}$ = 4,75 MHz

Heizsender 37 MHz

n_{e1} = 1,5×10^{11} cm^{-3}

n_{e2} = 1,2×10^{11} cm^{-3}

n_{e3} = 1,0 ×10^{11} cm^{-3}

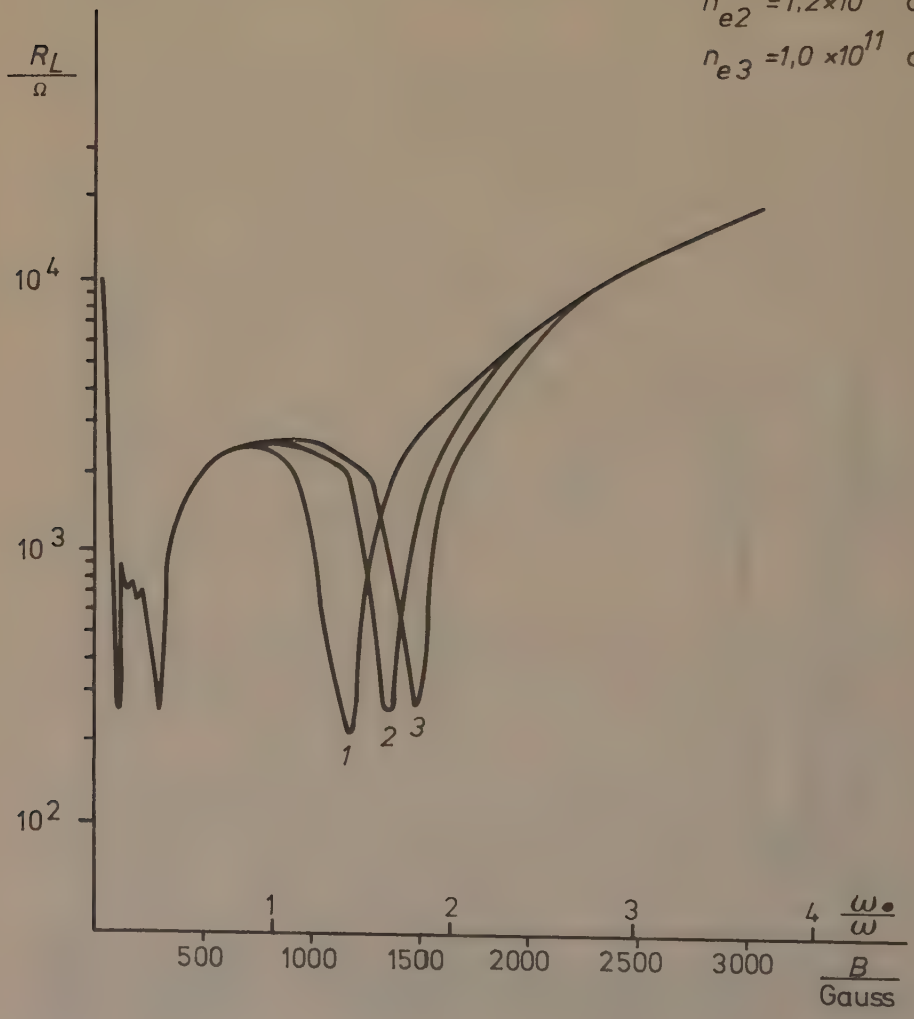


Fig. 33 Verlauf des Lastwiderstandes für verschiedene Dichten
VIM-Einstrahlungsfrequenz 4,75 MHz

Absorptionsstelle von ursprünglich B = 1200 Gauß über B = 1350 Gauß zu B = 1500 Gauß verschiebt. Parallel dazu wird die Erniedrigung der Elektronendichte zu $n_e = 1.5 \cdot 10^{10} cm^{-3}$ bzw. $n_e = 1.2 \cdot 10^{10} cm^{-3}$ und $n_e = 1.0 \cdot 10^{10} cm^{-3}$ gemessen. Hieraus errechnen sich die Resonanzfeldstärken zu B = 1150 Gauß bzw. B = 1250 Gauß und B = 1430 Gauß. Auch dieses Beispiel zeigt, daß theoretische und experimentelle Resonanzlage in guter Übereinstimmung stehen.

Für eine Meßfrequenz von 6.8 MHz und eine Frequenz des Heizsenders von 43 MHz ist in Fig. 34 eine Meßkurve dargestellt. Hier ist die Resonanzkurve breiter und zeigt auf dem hochfrequenten Flügel noch einige Strukturen, die eventuell als radiale Moden gedeutet werden können. Die eigentliche Resonanz findet man bei einer Magnetfeldstärke von 2400 Gauß, was einem Wert von $\omega_o/\omega = 2$ entspricht. Die aus der gemessenen Elektronendichte von $n_e = 1.9 \cdot 10^{11} cm^{-3}$ errechnete Resonanzlage ergibt sich zu B = 2270 Gauß (gestrichelte Linie).

Allen Lastwiderstandskurven, die mit Meßfrequenzen von 3 MHz bis zu 7 MHz gewonnen wurden (Fig. 31 - 34), ist gemeinsam, daß zwei Absorptionsbereiche auftreten. Im Bereich zwischen diesen Gebieten steigt zwar der Widerstand an, bleibt dennoch, gemessen an den Vorhersagen der Theorie für einen unendlich langen Plasmazylinder relativ niedrig. Ein direkter Vergleich der Meßergebnisse mit den Theorien wird diesen Punkt verdeutlichen.

V. 4. Vergleich mit den theoretischen Modellen

In Fig. 35 ist die Meßkurve 2 aus Fig. 32 den Lastwiderstandskurven nach den beiden Theorien gegenübergestellt. Die Rechnungen berücksichtigen die von dem Magnetfeld abhängige Elektronendichte. Da jedoch die bei der Resonanzfeldstärke gemessene Dichte von $3.7 \cdot 10^{10} cm^{-3}$ theoretisch eine Verschiebung der Resonanzstelle zu niedrigerem Magnetfeld bewirkt,

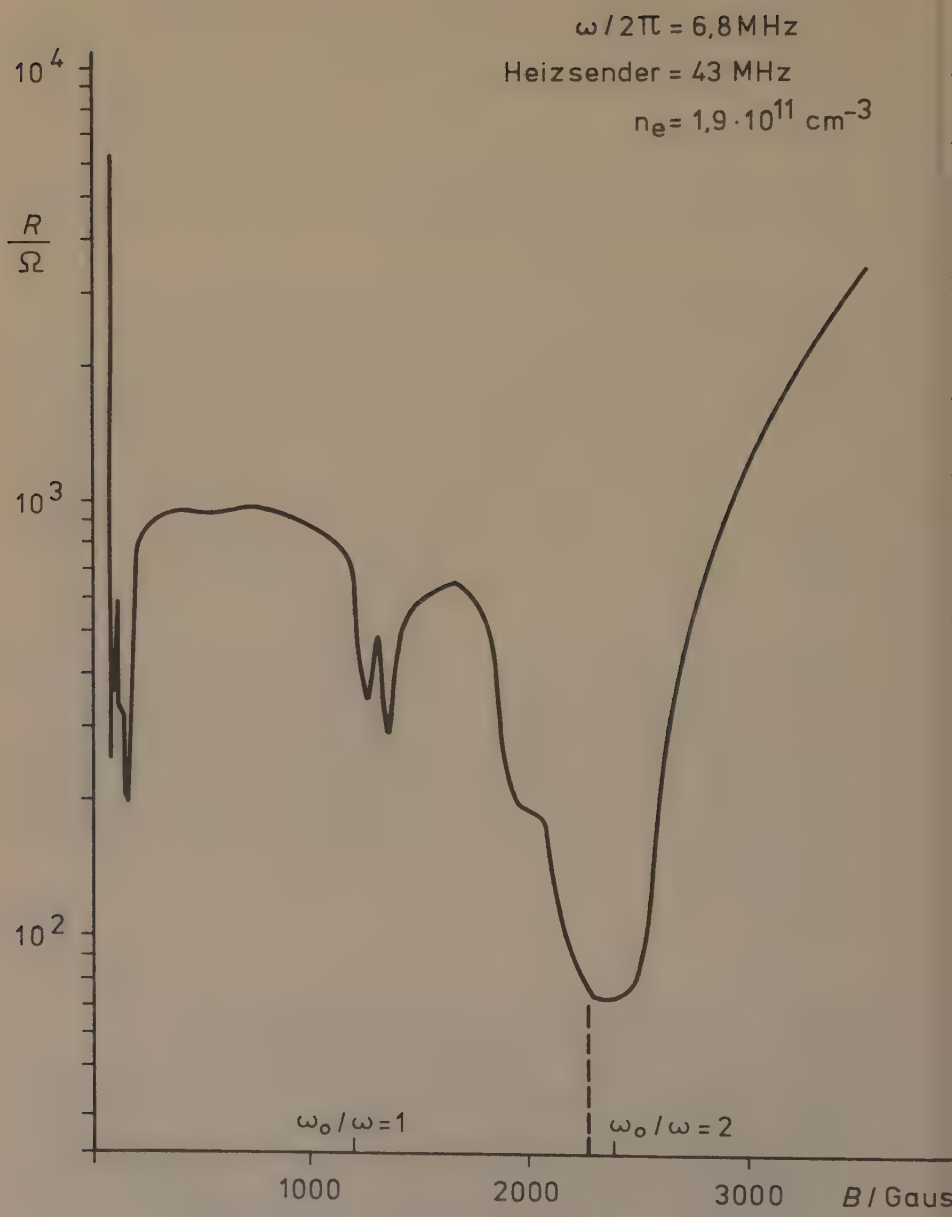


Fig. 34 Verlauf des Lastwiderstandes für eine Einkopplungsfrequenz von 6,8 MHz

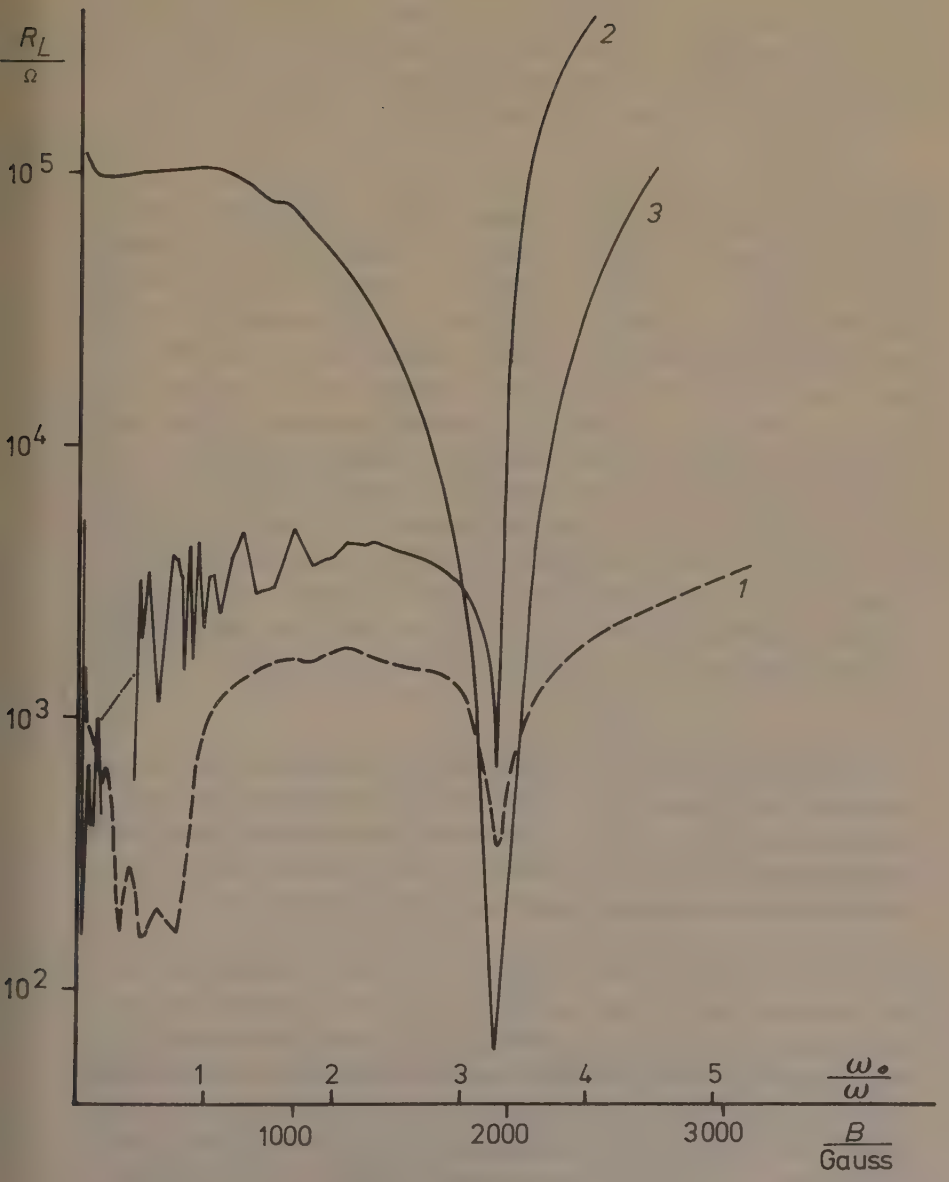


Fig. 35 Verlauf des Lastwiderstandes für eine Einkopplungsfrequenz von 3,3 MHz : 1 experimentell, 2 SOS Modell, 3 Modell des axial unendlich ausgedehnten Plasmazylinders

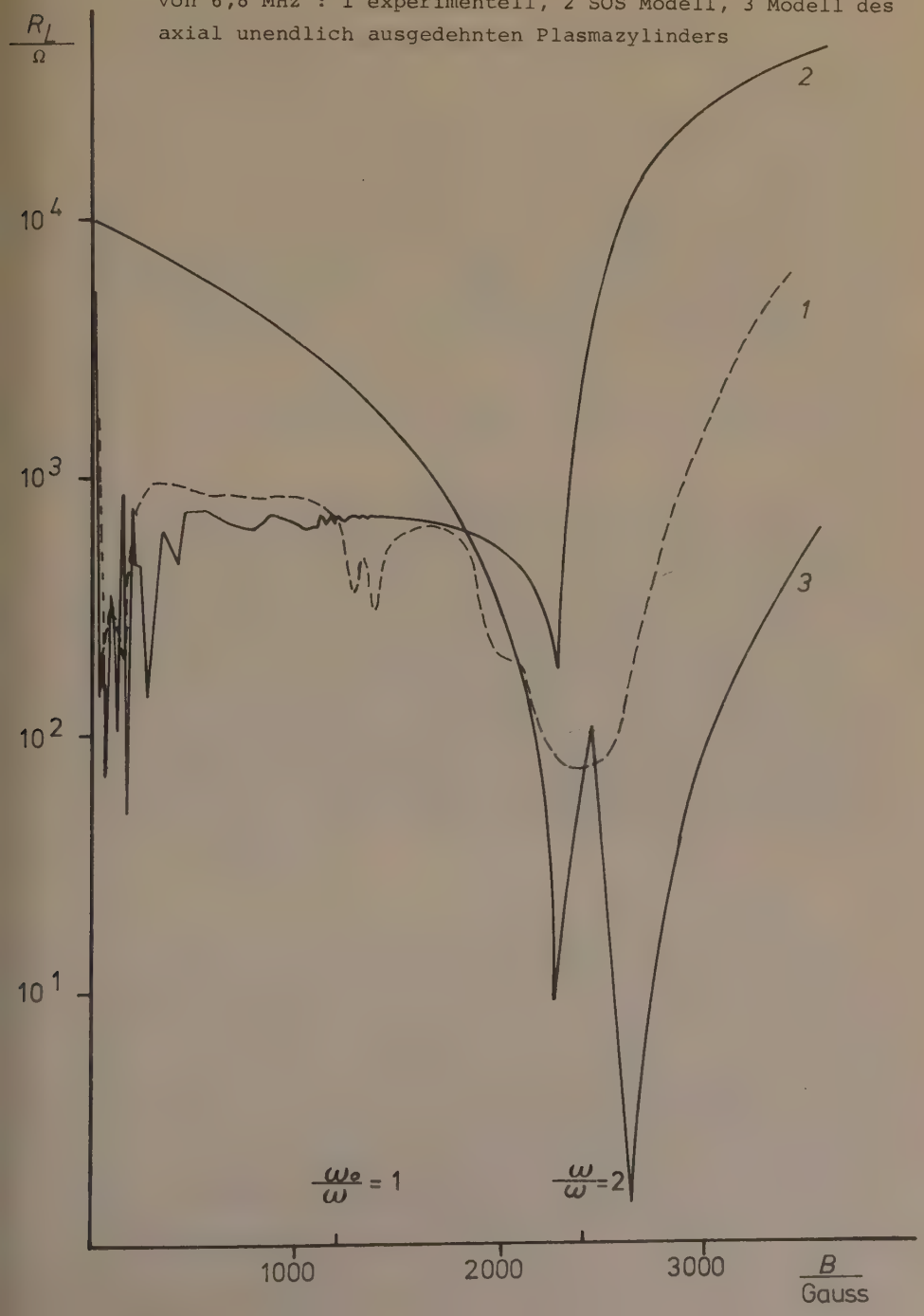
sind die Rechnungen mit einer um $0.1 \cdot 10^{10}$ cm^{-3} niedrigeren Elektronendichte durchgeführt worden. Dies ist sicherlich gerechtfertigt, da diese Dichteerniedrigung von 3 % weit innerhalb der Meßgenauigkeit der Nachweisanordnung liegt. Hierdurch wird jedoch erreicht, daß gemessene und theoretische Resonanzstelle etwa übereinstimmen.

Deutlich ist in der Darstellung zu erkennen, daß die Theorie für einen unendlich langen Plasmazylinder die Meßkurve nur sehr unvollkommen widergibt; im niederfrequenten Absorptionsbereich liegt der Lastwiderstand um 2 Größenordnungen über dem gemessenen. Die Theorie für eine endliche Plasmasäule sagt hier jedoch starke radiale Moden verbunden mit einer hohen Absorption voraus. Im Bereich der Unteren Hybridresonanz fordern beide Theorien ein Minimum im Lastwiderstand, wobei sich jedoch die absoluten Widerstandswerte um einen Faktor 10 unterscheiden. Die Messung liegt hier zwischen den Theorien. Der steile Anstieg bei hohen Magnetfeldern in den theoretischen Kurven wird in der Messung jedoch nicht nachvollzogen. Dieses Verhalten ist erklärlich, da bei den hier verwendeten niedrigen Meßfrequenzen von einigen MHz durch die geringe Güte des Schwingkreises eine Abnahme der Empfindlichkeit eintritt.

Beide Theorien liefern in diesem Fall, der typisch ist für Messungen bei kleinen Elektronendichten, außerhalb der Hybridresonanz einen zu hohen Lastwiderstand, wobei jedoch die hochfrequente Seite der Resonanz von der Theorie für einen endlichen Plasmazylinder weit besser beschrieben wird.

Für höhere Elektronendichten ($n_e > 10^{11}$ cm^{-3}) zeigt Fig. 36 die Meßkurve aus Fig. 34 im Vergleich mit den beiden Theorien. Hier treten nicht nur im hochfrequenten Absorptionsbereich Unterschiede zwischen den Theorien hervor. Die Rechnungen für einen unendlich langen Plasmazylinder fordern auf der niederfrequenten Seite der Hybridresonanz radiale Moden, die durch die andere Theorie nicht vorhergesagt werden. Statt dessen soll der Widerstand stark ansteigen. Die Messung bestätigt

Fig. 36 Verlauf des Lastwiderstandes für eine Einkopplungsfrequenz von 6,8 MHz : 1 experimentell, 2 SOS Modell, 3 Modell des axial unendlich ausgedehnten Plasmazylinders



diese Forderung: radiale Moden auf der Seite höheren Magnetfeldes werden nicht nachgewiesen, der Lastwiderstand steigt monoton an. Auf dem hochfrequenten Flügel der Resonanz bei einem Magnetfeld von etwa 1300 Gauß werden in diesem Fall deutliche Strukturen im Absorptionsverhalten gemessen, die andeutungsweise auch von der Theorie für eine endliche Plasmasäule berechnet werden. Für diese Messung ist auch die quantitative Übereinstimmung durchaus zufriedenstellend, wenn auch wegen der geringen Schwingkreisgüte der steile Anstieg auf dem niederfrequenten Flügel nicht nachvollzogen werden kann. Demgegenüber können die Rechnungen für einen unendlich langen Plasmazylinder keine befriedigende Beschreibung der Meßkurven liefern.

Diese beiden exemplarisch ausgewählten Beispiele zeigen deutlich, daß das Modell eines endlich langen Plasmazylinders das Absorptionsverhalten besser beschreibt. Dies trifft insbesondere auf den hochfrequenten Bereich der Unteren Hybridresonanz zu, in dem die konkurrierende Theorie eindeutig unterliegt. Auf dem niederfrequenten Flügel der Resonanz kann zwar der steile Anstieg des Lastwiderstandes nicht nachvollzogen werden Angemerkt sei, daß in keiner Messung radiale Moden auf dieser Seite der Resonanz auftreten, die nach der Theorie für eine unendlich lange Plasmasäule bei ausreichender Dichte möglich wären.

VI. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde unter linearen Bedingungen die Absorption von elektromagnetischen Wellen in einem Caesiumplasma untersucht. Die Messungen erstreckten sich auf die Umgebung und die hochfrequente Seite der Unteren Hybridresonanz und wurden dort mit zwei zur Verfügung stehenden theoretischen Modellen verglichen: mit der Theorie für einen unendlich langen Plasmazylinder und mit einer Theorie, die die endliche axiale Ausdehnung des Plasmas berücksichtigt.

In dem untersuchten Bereich wurden zwei Absorptionsgebiete gefunden. Neben dem Absorptionsbereich bei der Unteren Hybridresonanz, der von den beiden Theorien vorhergesagt wird, werden auch auf der hochfrequenten Seite der Resonanz Absorptionsstrukturen gefunden, die jedoch nur von der Theorie einer endlichen Plasmasäule nach C.R. Skipping, M.E. Oakes und H. Schlüter (SOS Modell) vorhergesagt werden. Detaillierte Untersuchungen dieses Gebietes zeigen Konsistenz zwischen den Messungen und dieser Theorie. Tendenzmäßig lassen sich die von dieser Theorie vorhergesagten Verschiebungen der Absorptionsstrukturen bei Variation von Plasma- und Meßparametern, wie Elektronendichte, Meßfrequenz und Plasmalänge nachvollziehen. Die Stärke der Absorption, gemessen durch den Betrag des Lastwiderstandes wird im Experiment in befriedigender Übereinstimmung mit der SOS Theorie gefunden.

In dieser Arbeit wurde die Untere Hybridresonanz in einem Caesiumplasma zum ersten Mal nachgewiesen. Es gelang, durch axiale Wechselfeldheizung die Elektronen - Ionen - Stoßfrequenz soweit zu erniedrigen, daß die Resonanz nicht mehr überdämpft war und sich ausbilden konnte. Aus der Verschiebung der Resonanzstelle bei Erniedrigung der Elektronendichte, die in guter Übereinstimmung mit den theoretisch erwarteten Verschiebungen lag, konnte sichergestellt werden, daß die gefundene Absorptionsstelle mit der Unteren Hybridresonanz identisch ist.

Auch in diesem Absorptionsbereich zeigte sich, daß die Theorie für einen endlich langen Plasmazylinder nach (S 3) den Meßergebnissen besser gerecht wird. Die Diskrepanz zur Theorie für eine unendliche Plasmasäule ist hier zwar nicht so drastisch wie im hochfrequenten Absorptionsbereich, jedoch beschreibt sie den strukturellen Verlauf nicht so gut.

Insgesamt ist gezeigt worden, daß gerade in einem Caesiumplasma zur theoretischen Beschreibung der Absorption von elektromagnetischen Wellen die endliche Länge des Plasmas entscheidend berücksichtigt werden muß.

VII. Literaturverzeichnis

A 1 P.L. Auer, H. Hurwitz, R.D. Miller; Phys. Fluids, 1, 501 (1958)

B 1 S.J. Buchsbaum; Phys. Fluids, 3, 418 (1960)

B 2 N.M. Brice, R.L. Smith; J. Geophys. Res., 70, 71 (1965)

B 3 R. Babu, H. Schlüter; Z. Naturforsch., 26a, 856 (1971)

B 4 R. Babu, B. Lammers, H. Schlüter; Z. Naturforsch., 27a, 930 (1972)

B 5 B.E. Breihan III; Dissertation, Universität von Texas, Austin (1968)

B 6 S.C. Brown; Basic Data of Plasma Physics, John Wiley and sons, New York (1962)

D 1 R.A. Demirkhanoov, G.L. Khorasanov, I.K. Siderova; Zh. eksp. theor. Fiz. Lett., 6, 861 (1967)

D 2 N. D'Angelo, N. Rynn; Phys. Fluids, 4, 1303 (1961)

D 3 A.J. Decker; Solid State Physics, London, Mc Millan & Co LTD (1964)

H 1 C.O. Hines; J. Atmospheric and terrestrical Phys., 11, 36 (1957)

H 2 E. Hinnov, J.G. Hirschberg, F.W. Hofmann, N. Rynn; Phys. Fluids, 6, 1779 (1963)

K 1 K. Körper; Z. Naturforsch., 15a, 226 (1960)

L 1 B. Lammers; Dissertation,Ruhr Universität Bochum (1974)

L 2 L. Langmuir, K.H. Kingdon; Phys. Rev., 21, 380 (1923)

M 1 H.H. Meinke; Komplexe Berechnungen von Wechselstromschaltungen, Walter de Gruyter und Co, Berlin, (1965)

N 1 H. Notzem; Diplomarbeit, Ruhr Universität Bochum (1973)

O 1 M.E. Oakes, H. Schlüter; Ann. Phys. (N.Y.), 35, 396 (1965)

R 1 N. Rynn, N. D'Angelo; Rev. Sci. Inst., 31, 1326 (1960)

S 1 H. Schlüter; Z. Naturforsch., 15a, 281 (1960)

S 2 H. Schlüter, G. Schürger; Z. Phys., 268, 251 (1974)

S 3 C.R. Skipping, M.E. Oakes, H. Schlüter; Phys. Fluids, 12, 1886 (1969)

S 4 C.R. Skipping; Dissertation, Universität von Texas, Austin (1968)

S 5 L. Spitzer; Physics of Fully Ionized Gases, Interscience Publishers, New York (1962)

Lebenslauf

Am 5.5.1940 wurde ich als Sohn des Versicherungskaufmanns Bruno Vogel und seiner Frau Irma, geb. Kohlhoff in Swinemünde geboren.

Nach dem Besuch der Volkschule in Lübeck (1946 bis 1951) und in Hamburg (1951 bis 1952) besuchte ich das Mathias-Claudius-Gymnasium in Hamburg-Wandsbek. 1960 bestand ich dort das Abitur und nahm an der Universität Hamburg das Studium der Physik auf, das ich im Februar 1968 mit der Diplom Hauptprüfung abschloß.

Nach 7monatiger Tätigkeit als Wissenschaftliche Hilfskraft im Lehrstuhl für Werkstoffe der Elektrotechnik wechselte ich im November 1968 in den Lehrstuhl II des Instituts für Experimentalphysik der Ruhr-Universität Bochum.